

Vasile Mircea Popa

Circuite trifazate
dezechilibrate

Editura Universității “Lucian Blaga” din Sibiu
Sibiu, 2013

Unbalanced Three-Phase Circuits

Îngrijire editorială: autorul
Traducere prefață: arh. Silviu Ioan Popa
Tehnoredactare: arh. Silviu Ioan Popa

PREFAȚĂ

Cea mai mare parte a energiei electrice produse în lume în momentul de față este în regim trifazat. Acest sistem a fost introdus de Nikola Tesla în 1887. Se știe că producerea, transportul și utilizarea energiei electrice în sistem trifazat este mai economică decât în sistem monofazat. Sistemul trifazat folosește mai puțin material pentru conductoarele de transport a energiei electrice decât sistemul monofazat, bifazat sau sistemul de curent continuu, la aceeași tensiune.

Sistemul electric funcționează în mod normal în regim trifazat simetric și sinusoidal. Cu toate acestea, există anumite situații care pot produce regimuri de funcționare nesimetrice. Funcționarea circuitelor electrice trifazate în regimuri nesimetrice a fost studiată încă de la începuturile utilizării energiei electrice în sistem trifazat. Au fost obținute rezultate fundamentale, ajunse astăzi clasice. Astfel, Stokvis a studiat regimurile nesimetrice și dezechilibrate începând cu anul 1915. În 1918, Dr.C.L. Fortescue a scris o lucrare intitulată “Metoda coordonatelor simetrice aplicată la rezolvarea rețelelor polifazate”. Ulterior, prin contribuția adusă de diverși cercetători, teoria componentelor simetrice s-a dezvoltat și s-a perfecționat [P7].

În lucrarea de față am abordat o serie de aspecte din domeniul sistemelor nesimetrice și al receptoarelor dezechilibrate, mai puțin tratate în literatura de specialitate. Am încercat să aduc unele sistematizări, completări și interpretări proprii acestui subiect și de asemenea, contribuții originale care sunt prezentate explicit în lucrare.

Această carte este de fapt o colecție de articole, care au fost publicate anterior în diverse reviste și volume. Acest lucru constituie un avantaj pentru cititor, deoarece fiecare capitol al cărții are în acest fel un caracter independent și poate fi citit direct. Pe de altă parte, din acest motiv apar inevitabil unele repetări. Totuși, pentru un cititor interesat de conținutul cărții, cea mai bună variantă este citirea cărții în ordinea firească a articolelor, așa cum sunt ele așezate în carte.

Conținutul cărții este organizat pe trei grupe de articole (conținând 6, 11 și respectiv 6 articole), anexă și bibliografie.

La început se prezintă impedanțele generalizate în electrotehnică, receptorul dezechilibrat generalizat, receptorul dezechilibrat real, receptorul extrem dezechilibrat generalizat și receptorul echilibrat real.

Se prezintă apoi modelul matematic al receptorului dezechilibrat discret, caracterizarea algebrică a receptoarelor dezechilibrate discrete, metode pentru analiza claselor de dezechilibru ale receptoarelor dezechilibrate discrete m-fazate, precum și metodele respective tratate pe rând. În încheierea acestei părți se prezintă analiza asistată de calculator a receptoarelor discrete m-fazate. Articolele care tratează acest subiect sunt scrise atât în limba română cât și în limba engleză.

Se prezintă apoi studiul analitic al punții de diode alimentate nesimetric, utilizarea unui program de calculator în acest scop, studiul punții de diode alimentată cu sisteme particulare nesimetrice de tensiuni, aspecte experimentale și sintetice privind puntea trifazată de diode alimentată nesimetric, și se introduce un coeficient global de nesimetrie pentru sisteme trifazate. În încheierea acestei părți se prezintă unele considerații asupra unui releu pentru protecția motoarelor asincrone trifazate.

Ca anexă a cărții este prezentat un tabel care indică unde au mai fost publicate articolele. La sfârșitul cărții este prezentată bibliografia.

Cartea poate interesa pe studenți, pe inginerii specializați în teoria circuitelor electrice, precum și pe toți cei pasionați de electrotehnica teoretică și aplicată în general, de teoria circuitelor electrice în special.

Conținutul lucrării poate fi fără îndoială îmbunătățit și completat. Voi fi recunoscător pentru orice observație sau sugestie în acest sens, venită de la cititori.

FOREWORD

Most of the electrical power generated in the world today is three-phase. Three-phase power was first conceived by Nikola Tesla, in 1887. It is found that generation, transmission and utilization of three phase power is more economical than generation of single phase power. A three-phase system uses less conductor material to transmit electric power than equivalent single-phase, two-phase, or direct-current systems at the same voltage.

The electrical power system normally operates in a symmetrical three-phase sinusoidal steady state mode. However, there are certain situations that can cause non-symmetrical operations. The work of three-phased electrical circuits in non-symmetrical situations was studied since the early use of electrical energy in three-phased system. Fundamental results were obtained, considered classical today. Stokvis has studied the unbalanced and non-symmetrical situations as early as 1915. In 1918, Dr.C.L. Fortescue wrote a paper entitled "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks". Subsequently, by the contribution of various researchers, the symmetrical components theory was developed and enhanced [P7].

In this paper I approach a number of issues in the field of non-symmetrical systems and of unbalanced loads, treated less in specialized literature. I tried to bring some systematization, addenda and personal interpretations to this subject and also original contributions which are explicitly presented in paper.

This book is in fact a collection of articles, which were previously published in various scientific journals and other publications. As such, this is a benefit to the reader because each chapter in the book is fairly independent of the others and as such it can be read directly. On the other hand, this approach inevitably leads to some repetitions in the text. However, for a reader really interested in the book, the best option is to read its content in the natural order of the articles, as they appear in the book.

The contents of the book is organized into three groups of articles (containing 6, 11 and 6 items), an annex and bibliography.

At first it presents the generalized impedances in electrotechnics, the generalized unbalanced load, the real unbalanced load, the generalized extremely unbalanced load and the real balanced load.

In the following it presents the mathematical model of the discreet unbalanced load, the algebraic characterization of discreet unbalanced loads, methods for the analysis of unbalanced classes of m-phased discreet unbalanced loads, as well as the respective methods which are treated individually. The end of this section presents the computer aided analysis of m-phased discreet loads. The articles treating this subject are written both in Romanian and English.

In the following it presents the analytical study of unsymmetrically fed three-phase diode bridge, using a computer program for this purpose, study of diode-bridge fed by particular non-symmetrical voltage systems, experimental and synthetic aspects regarding unsymmetrically fed three-phase diode bridge and insert a non-symmetry global coefficient of three-phase systems. The end of this section presents a considerations upon a relay of protecting asynchronous three-phase motors.

A table showing where articles have previously been published is included as an annex. The bibliography is attached at the end of the book.

This book will be of particular interest to students, to engineers specializing in the theory of electrical circuits, and generally to all other readers captivated by the theoretical and applied electrotechnics generally, by the electrical circuits theory particularity.

Certainly, the contents of this book can be improved and enriched in the future. As such, I will be grateful for any comments or suggestions received from the readers.

Sibiu, 15 March 2013

The author.

CUPRINS

Prefață	3
Prefață (în limba engleză)	4
Cuprins	5
Cuprins (în limba engleză)	6
On Generalized Loads in Electrotechnics	7
The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load	11
Studiul receptorului trifazat cu coeficienți de dezechilibru reali	19
A Synthesis Regarding the Study of a Real Unbalanced Load	25
The Study of the Real Unbalanced Load for Extreme Functioning Situations	29
Analiza cazurilor limită ale receptorului dezechilibrat real	33
A Mathematical Model for Unbalanced Classes Analysis of Polyphasic Loads	39
The Algebraic Characterization of Discreet Unbalanced Loads	41
Methods for Calculating the Number of Discreet Unbalanced Loads	43
The Recurrence Method for Calculating the Unbalanced Classes Number of m-Phased Loads	45
The Order Reducing Method for Determining the Number of Discreet Unbalanced Loads	47
Model matematic al receptorului dezechilibrat discret	53
Aspecte algebrice privind receptoarele dezechilibrate discrete m-fazate	59
Metode pentru analiza claselor de dezechilibru ale receptoarelor m-fazate	63
Metodă recursivă pentru determinarea numărului receptoarelor dezechilibrate discrete	67
O metodă de reducere pentru calculul numărului receptoarelor dezechilibrate discrete m-fazate	71
Analiza asistată de calculator a receptoarelor dezechilibrate discrete m-fazate	75
Studiul analitic al punții trifazate de diode alimentate nesimetric	79
Studiul punții de diode alimentată nesimetric	85
Studiul punții de diode alimentată cu sisteme particulare nesimetrice de tensiuni	87
Aspecte experimentale și sintetice privind puntea trifazată de diode alimentată nesimetric	91
Coeficient global de nesimetrie pentru sisteme trifazate	97
Considerations Upon a Relay of Protecting Asynchronous Three-Phase Motors	107
ANEXA	109
Tabel care indică unde au mai fost publicate articolele	111
Bibliografie	115

CONTENTS

Foreword (in Romanian)	3
Foreword (in English)	4
Contents (in Romanian)	5
Contents (in English)	6
On Generalized Loads in Electrotechnics	7
The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load	11
The Study of the Three-Phased Load with Real Unbalanced Coefficients	19
A Synthesis Regarding the Study of a Real Unbalanced Load	25
The Study of the Real Unbalanced Load for Extreme Functioning Situations	29
Real Unbalanced Load Limit Cases Analysis	33
A Mathematical Model for Unbalanced Classes Analysis of Polyphasic Loads.	39
The Algebraic Characterization of Discreet Unbalanced Loads.	41
Methods for Calculating the Number of Discreet Unbalanced Loads.....	43
The Recurrence Method for Calculating the Unbalanced Classes Number of m-Phased Loads	45
The Order Reducing Method for Determining the Number of Discreet Unbalanced Loads	47
Mathematical Model for the Discreet Unbalanced Load	53
Algebraic Aspects Regarding the m-Phased Discreet Unbalanced Loads.....	59
Methods for the Unbalanced Classes Analysis of m-Phased Loads.....	63
Recursive Method for Determining the Number of Discreet Unbalanced Loads	67
A Reducing Method for Calculating the Number of m-Phased Discreet Unbalanced Loads.....	71
The Computer-Aided Analysis of m-Phased Discreet Unbalanced Loads	75
The Analytical Study of Unsymmetrically Fed Three-Phase Diode Bridge.....	79
The Study of Non-Symmetric Feed Diode-Bridge	85
Study of Diode-Bridge Fed by Particular Non-Symmetrical Voltage Systems	87
Experimental and Synthetic Aspects Regarding Unsymmetrically Fed Threee-Phase Diode Bridge.....	91
Non-Symmetry Global Coefficient of Three-Phase Systems	97
Considerations Upon a Relay of Protecting Asynchronous Three-Phase Motors.....	107
ANNEX.....	109
Table showing where the articles have been previously published.....	111
Bibliography	115

ON GENERALIZED LOADS IN ELECTROTECHNICS

Vasile Mircea Popa

„Lucian Blaga” University of Sibiu, „Hermann Oberth” Faculty of Engineering, Department of Electrical and Electronic Engineering

E-mail: vasile_mircea.popa@ulbsibiu.ro

Abstract: This paper presents the generalized loads in electrotechnics and a new classification of three-phase loads: unbalanced loads, balanced loads and extremely unbalanced loads. It is considered the impedances with negative real part, in other words generalized impedances. Also, taking into consideration the calculation symmetrical components of impedances, a three-phase impedance system may be divided into two parts: a balanced part and an unbalanced part. We have a clear representation in impedance's complex plane. The bibliography can be found at the end of the paper.

Key words: three-phased load, real unbalanced load, generalized impedance, symmetrical components, calculation symmetrical components of impedances.

1. Introduction

The work of three-phased electrical circuits in non-symmetrical situations was studied since the early use of electrical energy in three-phased system. Fundamental results were obtained, considered classical today. Stokvis has studied the unbalanced and non-symmetrical situations as early as 1915. The Stokvis-Fortescue theorem was published in 1918. Subsequently, by the contribution of various researchers, the symmetrical components theory was developed and enhanced [1],[2].

The Romanian school of electrotechnics has notable contributions in this area, starting with scientist C. Budeanu since the interwar period. A new perspective was shown by professor A. Țugulea in some papers published in recent years [3]. In a near direction are also situated the papers of researcher E. Pavel [1], [2].

In this paper I approach a number of issues in the field of non-symmetrical systems and of unbalanced loads, treated less in specialized literature. I tried to bring some systematization, and personal interpretations to this subject.

2. A new approach

We define generalized impedance as an impedance with a negative real part (equivalent resistance) [1], [2], [4], [5]. We shall consider the star equivalent of a three-phase load:

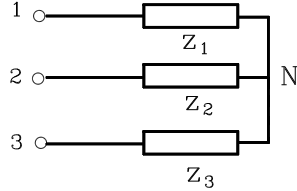


Fig. 1 The star equivalent diagram of a three-phase load

Using the calculation symmetrical components of the impedances, we can write:

$$\begin{cases} z_1 = z_h + z_d + z_i \\ z_2 = z_h + a^2 z_d + a z_i \\ z_3 = z_h + a z_d + a^2 z_i \end{cases} \quad (1)$$

The (1) relation is an extension of Stokvis – Fortescue theorem for impedance three-phase system. The real part of the impedances has to be non-negative in an equivalent load scheme (for real loads).

The balanced part of the three-phase impedance system is made up of a homopolar component for each phase:

$$z_{1E} = z_h; z_{2E} = z_h; z_{3E} = z_h \quad (2)$$

The unbalanced part of the three-phase impedance system will have the following impedances on each phase:

$$\begin{cases} z_{1D} = z_d + z_i \\ z_{2D} = a^2 z_d + a z_i \\ z_{3D} = a z_d + a^2 z_i \end{cases} \quad (3)$$

Consequently, we shall write for each phase:

$$\begin{cases} z_1 = z_{1E} + z_{1D} \\ z_2 = z_{2E} + z_{2D} \\ z_3 = z_{3E} + z_{3D} \end{cases} \quad (4)$$

Under this relationship, we can draw the following equivalence diagram of

the load in fig. 2, outlining the balanced and unbalanced parts:

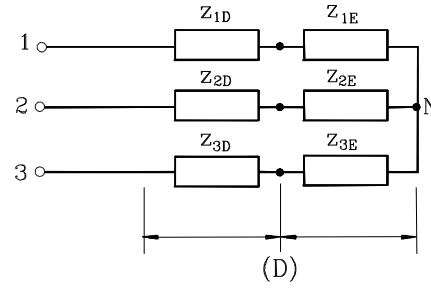


Fig. 2 The balanced and unbalanced (extremely unbalanced) part of a three-phase load

We call a real three-phase load a load made up of three impedances with a real positive part for each. If $z_1 \neq z_2 \neq z_3$, the load is called unbalanced.

Taking into consideration the representation in impedance's complex plane, we have the following situation:

a) real three-phase load:

$$\text{Re}(z_1) \geq 0$$

$$\text{Re}(z_2) \geq 0$$

$$\text{Re}(z_3) \geq 0$$

b) generalized three-phase load:

$$\text{Re}(z_1) < 0, \text{ or}$$

$$\text{Re}(z_2) < 0, \text{ or}$$

$$\text{Re}(z_3) < 0$$

c) unbalanced load:

$$z_1 \neq z_2 \neq z_3$$

d) balanced load:

$$z_1 = z_2 = z_3$$

e) generalized extremely unbalanced load:

$$z_1 + z_2 + z_3 = 0.$$

The classical classification of the three-phase loads is in balanced loads and unbalanced loads. A new approach about this problem considers the impedances with negative real part, in other words, generalized impedances.

In this way, the loads are generally unbalanced; the particular (extreme) cases are the balanced loads and the extremely unbalanced loads. [4],[5] (Fig. 3).

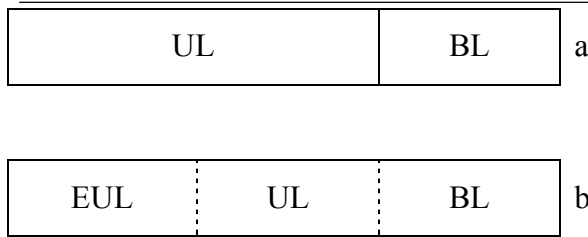


Fig.3 Classification of three-phased loads: classical (a) and proposed (b).

where:

UL = unbalanced load

BL = balanced load

EUL = extremely unbalanced load

We have also the representations in impedances complex plane.

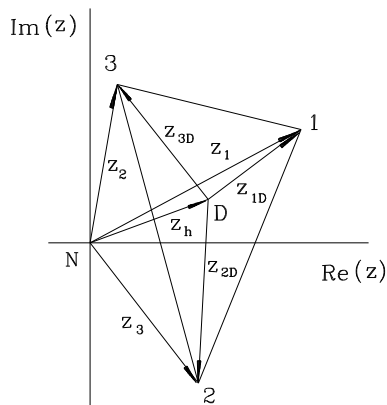


Fig.4 Real unbalanced load

The 123 triangle correspond to the unbalanced three-phase load. The D point is the triangle's weight center. Always we have the relations:

$$z_{1D} + z_{2D} + z_{3D} = 0 \quad (5)$$

Other cases of three-phased loads are presented below.

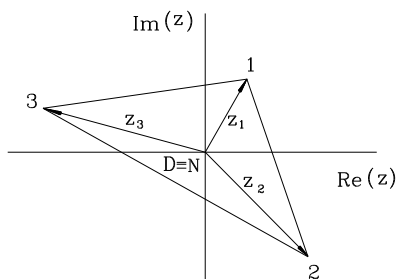


Fig.5 Generalized extremely unbalanced load, $z_h = 0, z_d \neq 0, z_i \neq 0$

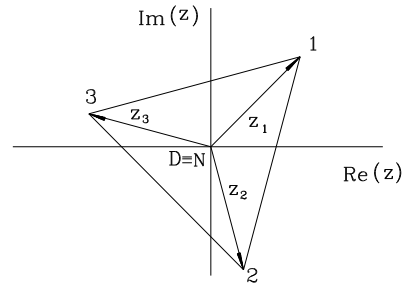


Fig.6 Generalized extremely unbalanced load, $z_h = 0, z_d \neq 0, z_i = 0$

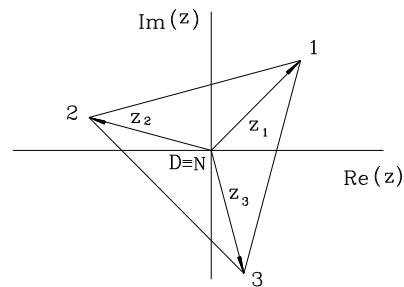


Fig.7 Generalized extremely unbalanced load, $z_h = 0, z_d = 0, z_i \neq 0$

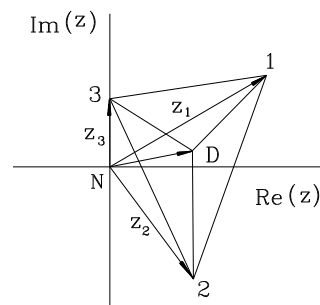


Fig.8 Real unbalanced load, $z_3 =$ inductance

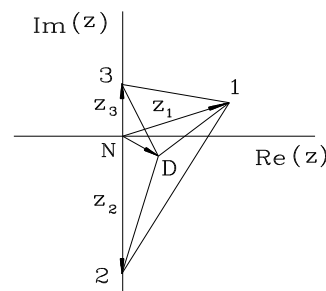


Fig.9 Real unbalanced load, $z_2 =$ capacitance, $z_3 =$ inductance

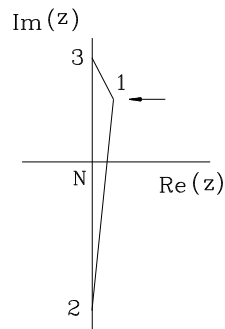
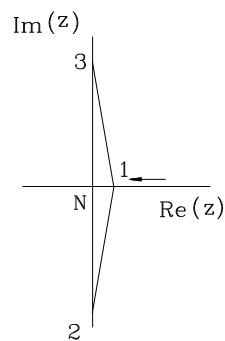


Fig.10 Real extremely unbalanced load

Fig.11 Real extremely unbalanced load
(particular case)

3. Conclusions

In this paper is presented a new view point about the unbalanced three-phased loads. The analysis of the unbalanced three-phased circuit diagrams has been undertaken particularly within the frame of the special computation of short-circuit currents and of grid unsymmetrical faults. The present work deals with the issue of unbalanced receiver and consumer equivalent diagrams, with emphasis on the importance of impedance calculation symmetrical components.

The impedance system schemes may be divided into balanced impedance computational schemes and unbalanced impedance computational schemes.

This new view point about the three-phase loads has possible applications in consumer operating regime computation.

4. References

- [1] Pavel, E. - *Considerații privind receptoarele electrice trifazate dezechilibrate*, ENERG, Vol.VII, Editura Tehnică, București, 1989, pag.194-220
- [2] Pavel, E. - *Noi aspecte ale teoriei receptoarelor trifazate statice dezechilibrate*; Energetica, Vol.37, Nr.11, noiembrie 1989, pag.481-492
- [3] Țugulea, A. - *Considerații privind efectele energetice în regimuri armonice nesimetrice ale sistemelor trifazate*; Energetica, Vol.XXXIV, Nr.3, martie 1986, pag.121-129
- [4] Popa, V. M.. – *On an Analysis for the Unbalanced Loads*, Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 93-94
- [5] Popa, V. M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1999
- [6] Popa, V. M. – *Using Generalized Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2-nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, Romania, volume, pag. 91-94.
- [7] Popa, V. M. - *The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load*, Conferința Națională cu participare internațională „Electrotehnica aplicată în eco-reconstrucția industrială”, Sibiu, 23-24 septembrie 2005; Volum, ISBN 973-739-138-1, pag. 144-151

THE ENERGETICAL STUDY OF THE UNBALANCED THREE-PHASED LOAD

Vasile Mircea POPA

*“Lucian Blaga” University of Sibiu, Faculty of Engineering; Sibiu – Emil Cioran Street, no. 4;
Phone +40.(0)269.216062, ext. 481; fax: +40.(0)269.212716; E-mail: vasile_mircea.popa@ulbsibiu.ro*

Abstract: The industrial eco-reconstruction involves the decrease of the energetical consumption and the quality rise of the electrical power supplied to the consumers. A very important issue is represented by the analysis of the unbalanced three-phased consumers. The presence of these consumers determines the apparition of the non-symmetrical systems involving currents and voltages as well as the extra-loss within the supply wire.

In the present work, an energetical study of the unbalanced three-phased load is completed by general means. The unbalanced three-phased load is split in two parts, more exactly the balanced part and the extreme unbalanced one. The voltages and currents general equations are written as well as the equations for the balanced part, for the unbalanced one and for the neutral wire. Afterwards, the complex powers absorbed by the three parts are calculated for the direct, inverse and homopolar sequences. Then the diagram of the complex powers is deduced for the real unbalanced load. A synthesis of the study is accomplished, using the unbalance coefficients of the impedances. The extreme cases of functioning are as well studied (from the point of view of the neutral wire impedance). As much as the real unbalance coefficients are concerned, the energetical study is thoroughly approached, obtaining 3D representations of the active powers' ratio which are absorbed by the unbalanced and the balanced parts.

The work's conclusions show that unbalanced loads represent powers and energies sources for homopolar and inverse components, which are absorbed by the balanced loads. The result is represented by the increase of the network's technological consume. Therefore, the unbalance compensation of the three-phased consumers is imposed.

The bibliography can be found at the end of the work.

Key words: real unbalanced load, generalized impedance, symmetrical components, powers circulation, energetical diagrams.

1. Introduction

We define generalized impedance as an impedance with a negative [1], [2], [3], [4] real part (equivalent resistance). We shall consider the star equivalent of a three-phase load:

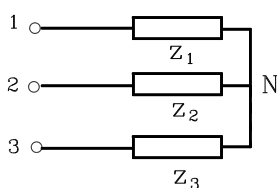


Fig. 1 The star equivalent diagram of a three-phase load

Using the symmetrical calculation components of the impedances, we can write:

$$\begin{cases} Z_1 = Z_h + Z_d + Z_i \\ Z_2 = Z_h + a^2 Z_d + a Z_i \\ Z_3 = Z_h + a Z_d + a^2 Z_i \end{cases} \quad (1)$$

The balanced part of the three-phase impedance system is made up of a homopolar component for each phase:

$$Z_{1E} = Z_h; Z_{2E} = Z_h; Z_{3E} = Z_h \quad (2)$$

The unbalanced part of the three-phase impedance system will have the following impedances on each phase:

$$\begin{cases} z_{1D} = z_d + z_i \\ z_{2D} = a^2 z_d + a z_i \\ z_{3D} = a z_d + a^2 z_i \end{cases} \quad (3)$$

Consequently, we shall write for each phase:

$$\begin{cases} z_1 = z_{1E} + z_{1D} \\ z_2 = z_{2E} + z_{2D} \\ z_3 = z_{3E} + z_{3D} \end{cases} \quad (4)$$

Under this relationship, we can draw the following equivalence diagram of the load in fig. 2, outlining the balanced and unbalanced parts:

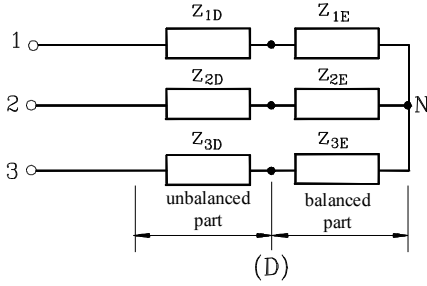


Fig. 2 The balanced and unbalanced (extremely unbalanced) part of a three-phase load

We call a real three-phase load a load made up of three impedances with a real positive part for each. If $z_1 \neq z_2 \neq z_3$, the load is called unbalanced.

2. The equation of voltages and currents

In the following we shall consider the three-phase load in fig. 1, in star connection with neutral wire also taking into consideration the impedance of the z_N neutral wire. (fig. 3)

The \underline{U}_{10} , \underline{U}_{20} , \underline{U}_{30} system of feeding phase

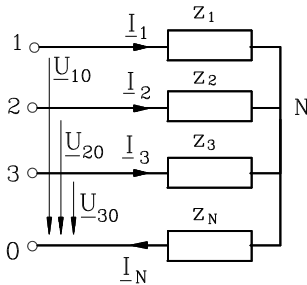


Fig. 3 A three-phase load in star connection with z_N impedance of the neutral wire

voltages is generally non-symmetrical. We also consider the load to be generally unbalanced.

Applying Ohm's Law on each phase, Kirchhoff I Theorem in the N node as well as the Stokvis-Fortescue voltage and currents systems theorem, we get after computation the following matrix equation:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_h + 3z_N & z_i & z_d \\ z_d & z_h & z_i \\ z_i & z_d & z_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

For the expression of the symmetrical components of the currents we invert the relation (5).

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} z_h^2 - z_d z_i & z_d^2 - z_h z_i \\ z_i^2 - z_h z_d & z_h^2 - z_d z_i + 3z_N z_h \\ z_d^2 - z_h z_i & z_i^2 - z_h z_d - 3z_N z_d \\ z_i^2 - z_h z_d \\ z_d^2 - z_h z_i - 3z_N z_i \\ z_h^2 - z_d z_i + 3z_N z_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

where

$$D = z_h^3 + z_d^3 + z_i^3 - 3z_h z_d z_i + 3z_N z_h^2 - 3z_N z_d z_i \quad (7)$$

The complex power given off at the terminals by the network (generator) is:

$$\underline{S}_g = \underline{U}_{10} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{20} \underline{I}_2^* + \underline{U}_{30} \underline{I}_3^* \quad (8)$$

which after calculation can be expressed:

$$\underline{S}_g = 3\underline{U}_h \underline{I}_h^* + 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* + 3\underline{U}_i \underline{I}_i^* \quad (9)$$

The complex power received by the three-phase load with the z_1, z_2, z_3 impedances and the impedance of the neutral wire is:

$$\underline{S} = \underline{U}_{1N} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \underline{I}_3^* + \underline{U}_{NO} \underline{I}_N^* \quad (10)$$

which can be expressed as:

$$\underline{S} = \underline{S}_g \quad (11)$$

and it follows:

$$\underline{S} = 3\underline{U}_h \underline{I}_h^* + 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* + 3\underline{U}_i \underline{I}_i^* \quad (12)$$

The complex power used up in the impedance of the neutral wire is:

$$\underline{S}_N = \underline{U}_{NO} \underline{I}_N^* = 9z_N \underline{I}_h^2 \quad (13)$$

From the (6) relation we notice that generally the symmetrical components of currents depend on all symmetrical components of currents (if $z_h \neq 0$; $z_d \neq 0$; $z_i \neq 0$). A number of particular cases can be evidenced considering situations when some of the following parameters are zero: $\underline{U}_h, \underline{U}_d, \underline{U}_i, z_h, z_d, z_i, z_N$ [1], [4].

An important particular case is when the system of tension connections has only a direct symmetrical component. The user is connected to a symmetrical

three-phase generator with star connection with zero internal impedances (with infinite power).

In this case, equation 6 can be written:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} = \frac{\underline{U}_d}{D} \begin{bmatrix} z_d^2 - z_h z_i \\ z_h^2 - z_d z_i + 3z_N z_h \\ z_i^2 - z_h z_d - 3z_N z_d \end{bmatrix} \quad (14)$$

and the (9) relation becomes:

$$\underline{S}_g = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* \quad (15)$$

3. Analysis a real unbalanced load

Suppose that the system of feeding voltages has only a direct symmetrical component.

The (5) matrix equation can be divided into three parts, referring to the balanced part, the unbalanced part and the impedance of the neutral wire.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_h & 0 & 0 \\ 0 & z_h & 0 \\ 0 & 0 & z_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & z_i & z_d \\ z_d & 0 & z_i \\ z_i & z_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3z_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

We shall also use the equation of currents (14).

For the balanced part we can write:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}_E = \begin{bmatrix} z_h & 0 & 0 \\ 0 & z_h & 0 \\ 0 & 0 & z_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}_E = \frac{\underline{U}_d}{D} \begin{bmatrix} z_h z_d^2 - z_h^2 z_i \\ z_h^3 - z_h z_d z_i + 3z_N z_h^2 \\ z_h z_i^2 - z_h^2 z_d - 3z_N z_h z_d \end{bmatrix} \quad (18)$$

For the unbalanced part we can write:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}_D = \begin{bmatrix} 0 & z_i & z_d \\ z_d & 0 & z_i \\ z_i & z_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}_D = \frac{\underline{U}_d}{D} \begin{bmatrix} z_h^2 z_i - z_h z_d^2 + 3z_N z_h z_i - 3z_N z_d^2 \\ z_d^3 + z_i^3 - 2z_h z_d z_i - 3z_N z_d z_i \\ z_h^2 z_d - z_h z_i^2 + 3z_N z_h z_d \end{bmatrix} \quad (20)$$

For the neutral wire we can write:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} 3z_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}_N = \frac{\underline{U}_d}{D} \begin{bmatrix} 3z_N z_d^2 - 3z_N z_h z_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

It will immediately be noticed that:

$$\underline{U}_h = \underline{U}_{hE} + \underline{U}_{hD} + \underline{U}_{hN} = 0 \quad (23)$$

$$\underline{U}_d = \underline{U}_{dE} + \underline{U}_{dD} + \underline{U}_{dN}, \text{ with } \underline{U}_{dN} = 0 \quad (24)$$

$$\underline{U}_i = \underline{U}_{iE} + \underline{U}_{iD} + \underline{U}_{iN} = 0, \text{ with } \underline{U}_{iN} = 0 \quad (25)$$

Hence it results:

$$\underline{U}_{hE} = -\underline{U}_{hD} - \underline{U}_{hN} \quad (26)$$

$$\underline{U}_{dE} + \underline{U}_{dD} = \underline{U}_d \quad (27)$$

$$\underline{U}_{iE} = -\underline{U}_{iD} \quad (28)$$

To continue, we shall analyze the absorbed power of the real unbalanced load (RUL).

The powers for the balanced part are:

$$\underline{S}_{hE} = 3\underline{U}_{hE} \underline{I}_h^* = 3 \frac{z_h z_d^2 - z_h^2 z_i}{D} \underline{U}_d \underline{I}_h^* \quad (29)$$

$$\underline{S}_{dE} = 3\underline{U}_{dE} \underline{I}_d^* = 3 \frac{z_h^3 - z_h z_d z_i + 3z_N z_h^2}{D} \underline{U}_d \underline{I}_d^* \quad (30)$$

$$\underline{S}_{iE} = 3\underline{U}_{iE} \underline{I}_i^* = 3 \frac{z_h z_i^2 - z_h^2 z_d - 3z_N z_h z_d}{D} \underline{U}_d \underline{I}_i^* \quad (31)$$

The powers for the unbalanced part are:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{hD} &= 3\underline{U}_{hD} \underline{I}_h^* = \\ &= 3 \frac{z_h^2 z_i - z_h z_d^2 + 3z_N z_h z_i - 3z_N z_d^2}{D} \underline{U}_d \underline{I}_h^* \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_{dD} &= 3\underline{U}_{dD} \underline{I}_d^* = \\ &= 3 \frac{z_d^3 + z_i^3 - 2z_h z_d z_i - 3z_N z_d z_i}{D} \underline{U}_d \underline{I}_d^* \end{aligned} \quad (33)$$

$$\underline{S}_{iD} = 3\underline{U}_{iD} \underline{I}_i^* = 3 \frac{z_h^2 z_d - z_h z_i^2 + 3z_N z_h z_d}{D} \underline{U}_d \underline{I}_i^* \quad (34)$$

The powers for the impedance of the neutral wire are:

$$\underline{S}_{hN} = 3\underline{U}_{hN} \underline{I}_h^* = 3 \frac{3z_N z_d^2 - 3z_N z_h z_i}{D} \underline{U}_d \underline{I}_h^* \quad (35)$$

$$\underline{S}_{dN} = 3\underline{U}_{dN} \underline{I}_d^* = 0 \quad (36)$$

$$\underline{S}_{iN} = 3\underline{U}_{iN} \underline{I}_i^* = 0 \quad (37)$$

It will be noticed that:

$$\underline{S}_{hE} + \underline{S}_{hN} = -\underline{S}_{hD} \quad (38)$$

$$\underline{S}_{dE} + \underline{S}_{dD} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* = \underline{S}_g \quad (39)$$

$$\underline{S}_{iE} = -\underline{S}_{iD} \quad (40)$$

The total absorbed power of the receiver in question is:

$$\underline{S} = \underline{S}_E + \underline{S}_D + \underline{S}_N \quad (41)$$

$$\underline{S}_E = \underline{S}_{hE} + \underline{S}_{dE} + \underline{S}_{iE} \quad (42)$$

$$\underline{S}_D = \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{iD} \quad (43)$$

$$\underline{S}_N = \underline{S}_{hN} + \underline{S}_{dN} + \underline{S}_{iN} \quad (44)$$

It results that:

$$\underline{S} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* = \underline{S}_d = \underline{S}_g \quad (45)$$

We can also write:

$$\underline{S} = \underline{S}_h + \underline{S}_d + \underline{S}_i \quad (46)$$

$$\underline{S}_h = \underline{S}_{hE} + \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{hN} = 0 \quad (47)$$

$$\underline{S}_d = \underline{S}_{dE} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{dN} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* \quad (48)$$

$$\underline{S}_i = \underline{S}_{iE} + \underline{S}_{iD} + \underline{S}_{iN} = 0 \quad (49)$$

All these powers can be arranged in a matrix where the sums of the sides and columns are imposed:

\underline{S}	\underline{S}_E	\underline{S}_D	\underline{S}_N
\underline{S}_h	\underline{S}_{hE}	\underline{S}_{hD}	\underline{S}_{hN}
\underline{S}_d	\underline{S}_{dE}	\underline{S}_{dD}	\underline{S}_{dN}
\underline{S}_i	\underline{S}_{iE}	\underline{S}_{iD}	\underline{S}_{iN}

4. The diagram of the complex powers

The separation of the complex powers on the two parts of the real unbalanced load as well as on the impedance of the neutral wire shows a circulation of internal power between these zones. The balanced part uses both direct power (\underline{S}_{dE}) and the homopolar and reversed powers (\underline{S}_{hE} and \underline{S}_{iE}).

The impedance of the neutral wire uses only the \underline{S}_{hN} homopolar power. The load being only connected to a symmetrical generator which feeds power only to the direct component, we deduce that the homopolar and reversed powers are only received through the unbalanced part of the load.

The unbalanced part uses the power:

$$\underline{S}_D = \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{iD} = \underline{S} - \underline{S}_{hE} - \underline{S}_{dE} - \underline{S}_{iE} - \underline{S}_{hN} \quad (50)$$

We can say that the unbalanced part of the load acts as a converter of power of the symmetrical components [1], [2], [3], [4].

Considering that in the balanced part of the load enters the feeding network supposed to be also balanced, the homopolar power and the inverse power pertaining to this network are effectively a supplementary consumption compared to an equivalent balanced load of the same power. We can draw a diagram of the complex powers, which is a graphic illustration of the above relationships. It follows that the interpretation of this diagram should be nuanced, strictly connected to the relationships of the complex powers. The diagram of the complex powers is the following:

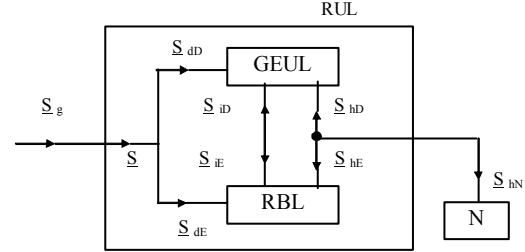


Fig. 4 The diagram of the complex powers for the real unbalanced load (RUL)

The notations are the following:

GEUL: generalized extremely unbalanced load
N : impedance of the neutral wire
RBL : real balanced load
RUL : real unbalanced load

5. A synthesis using unbalanced coefficients

A characterization of the real unbalanced load may be realized with the help of the unbalanced calculation coefficients of the impedances [1], [3], [4], [5], [6], [7].

The unbalanced coefficient of the direct component is by definition: $k_d = z_d/z_h$ (51)

The unbalanced coefficient of the inverse component is by definition: $k_i = z_i/z_h$ (52)

The coefficient of report of the impedance of the neutral wire is: $k_N = z_N/z_h$ (53)

The coefficients k_d , k_i , k_N are, in general, complex numbers. We shall consider the balanced load which contains on each phase the impedance z_h . Obviously, this load is obtained from the real unbalanced load when the unbalanced part disappears (the triangle 123 restrains in point D). [2], [4] The power absorbed by this real

balanced load would be: $\underline{S}_{RBL} = 3 \frac{U_d^2}{Z_h}$ (54)

The results previously obtained in the case of the real unbalanced load ([4], [5]) are presented in the following tables. More precise, we shall present the distribution of voltages and powers on the balanced part, on the unbalanced part and on the impedance of the neutral wire.

The supply is made with a direct system of feeding voltages (\underline{U}_{10} , \underline{U}_{20} , \underline{U}_{30}).

Table 1: The distribution of voltages.

The real unbalanced load (RUL)	Voltages
The balanced part (RBL)	$\underline{U}_{hE} = \underline{U}_d \frac{k_d^2 - k_i}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{dE} = \underline{U}_d \frac{1 - k_d k_i + 3k_n}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{iE} = \underline{U}_d \frac{k_i^2 - k_d - 3k_N k_d}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
The unbalanced part (GEUL)	$\underline{U}_{hD} = \underline{U}_d \frac{k_i - k_d^2 + 3k_N k_i - 3k_N k_d^2}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{dD} = \underline{U}_d \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{iD} = \underline{U}_d \frac{k_d - k_i^2 + 3k_N k_d}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
The impedance of the neutral wire (N)	$\underline{U}_{hN} = \underline{U}_d \frac{3k_N k_d^2 - 3k_N k_i}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{dN} = 0$
	$\underline{U}_{iN} = 0$

It can be observed that if we have $k_d = k_i = 0$ we obtain $\underline{U}_{dE} = \underline{U}_d$, all the other voltages become equal to zero. It is the case of a balanced load, which has on each phase the impedance z_h , feeding with a direct symmetrical system of phase voltages of the network.

The table 2 is obtained regarding the distribution of powers.

In this table by making $k_d = k_i = 0$ is obtained $\underline{S}_{dE} = \underline{S}_{RBL}$, the case of the balanced load previously mentioned (all other powers are null).

Both in table 1 and table 2 we can make in turn $k_i = 0$ and $k_d = 0$ and we obtain the corresponding expressions of the respective particular cases.

Table 2: The distribution of powers

The real unbalanced load (RUL)	Absorbed powers
The balanced part (RBL)	$\underline{S}_{hE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ k_d^2 - k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{dE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ 1 - k_d k_i + 3k_N ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ k_i^2 - k_d - 3k_N k_d ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
The unbalanced part (GEUL)	$\underline{S}_{hD} = -\underline{S}_{RBL} \frac{(1 + 3k_N) k_d^2 - k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{dD} = \underline{S}_{RBL} \frac{(k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i)(1 - k_d k_i + 3k_N)^*}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iD} = -\underline{S}_{RBL} \frac{ k_i^2 - k_d - 3k_N k_d ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
The impedance of the neutral wire (N)	$\underline{S}_{hN} = \underline{S}_{RBL} \frac{3k_N k_d^2 - k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{dN} = 0$
	$\underline{S}_{iN} = 0$

6. The real unbalance coefficients case

There are particular cases of unbalanced three-phased loads which show interest and which also have the advantage of calculation simplification [1], [8], [9].

One particular case is that in which the unbalance coefficients are real numbers. The symmetrical calculation components are:

$$z_h = ze^{j\alpha}; z_d = k_d ze^{j\alpha}; z_i = k_i ze^{j\alpha}; z_N = k_N ze^{j\alpha} \quad (55)$$

where z , k_d , k_i , k_N are real numbers, $z > 0$.

Being real numbers the k_d , k_i coefficients, the study of the direct corresponding power for the unbalanced parts is simplified.

So we have:

$$\frac{S_{dD}}{S_{dE}} = \frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i}{1 - k_d k_i + 3k_N} \quad (56)$$

where the right member is a real number.

Studying the sign of this ratio we can deduce the cases where the unbalanced part acts like a receptor, more precisely like a generator (the sign is plus or minus). For a fixed k_N , the representation in a plan reported to a cartesian system with k_d and k_i axes, allows the delimitation of positive and negative areas.

Next, we suppose that we have $k_N = 1/3$, meaning $z_h = 3z_N$. Then we'll have:

$$\frac{S_{dD}}{S_{dE}} = \frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i}{2 - k_d k_i} \quad (57)$$

The analyse of the sign of this ratio indicates the situations in which the unbalanced part of the receptor receives active power and supplies active power. In work number [2], such an analysis is made for several particular cases regarding the values of unbalance coefficients (2D graphical representations).

We come back to the pre-analysed variation ratio, meaning:

$$\frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i}{1 - k_d k_i + 3k_N} \quad (58)$$

The 3D representation of this ratio is useful and meaningful, and also of the corresponding surface for a fixed k_N . The domains from the variables k_d , k_i plan can be noticed, where the ratio is positive or negative, with the corresponding interpretations.

Next, some representations of this type are presented (fig. 5, 6, 7, 8):

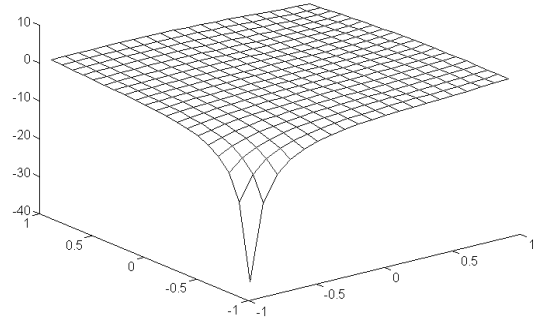


Fig. 5 The 3D graphic for the P_{dD}/P_{dE} variation for $k_N = 0$.

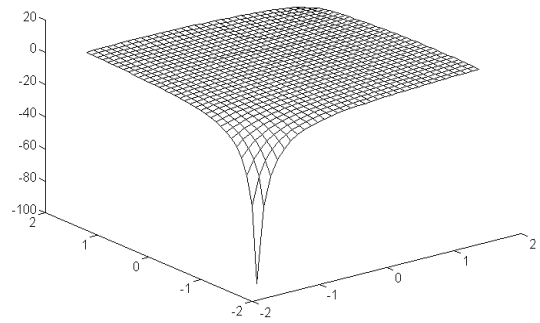


Fig. 6 The 3D graphic for the P_{dD}/P_{dE} variation for $k_N = 2/3$.

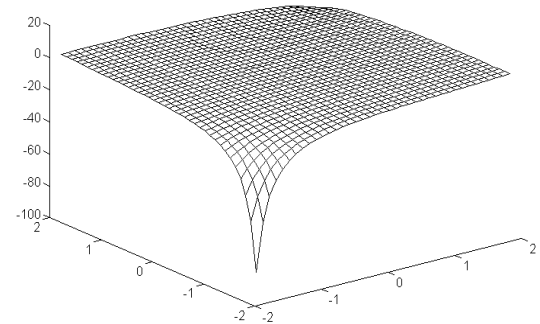


Fig. 7 The 3D graphic for the P_{dD}/P_{dE} variation for $k_N = 1$.

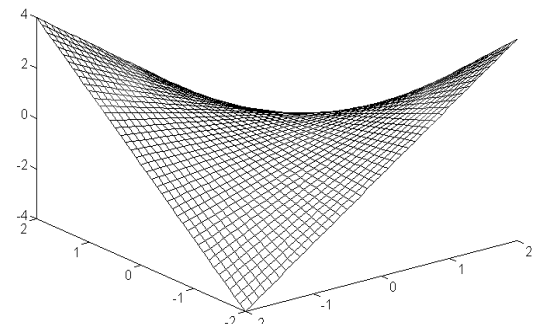


Fig. 8 The 3D graphic for the P_{dD}/P_{dE} variation for $k_N = \infty$.

7. Extreme functioning situations

The extreme cases (from the point of view of the impedance value of the neutral wire) represent the connecting star cases with a neutral wire of practical zero impedance and of the star connection without a neutral wire.

In every of each cases we can use a similar analyze to the one presented previously for the general case of an

z_N impedance [1], [2], [3], [4], [5]. Some conclusions can be draw from the general case. So in the star connecting case with a neutral wire with practically a zero impedance the table with the complex absorbed powers results from Table 2 by letting $z_N = 0$.

In the case of the star connection without a neutral wire, the table with the complex absorbed powers will take the shape shown in table 3:

Table 3: The distribution of powers ($z_N = \infty$)

The real unbalanced load (RUL)	Absorbed powers ($z_N = \infty$)
The balanced part (RBL)	$\underline{S}_{hE} = 0$
	$\underline{S}_{dE} = \underline{S}_{RBL} \frac{1}{ 1 - k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ k_d ^2}{ 1 - k_d k_i ^2}$
The unbalanced part (GEUL)	$\underline{S}_{hD} = 0$
	$\underline{S}_{dD} = \underline{S}_{RBL} \frac{-k_d k_i}{ 1 - k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iD} = -\underline{S}_{RBL} \frac{ k_d ^2}{ 1 - k_d k_i ^2}$
The impedance of the neutral wire (N)	$\underline{S}_{hN} = 0$
	$\underline{S}_{dN} = 0$
	$\underline{S}_{iN} = 0$

8. Conclusions

Regarding tables 1 and 2, we can make a few observations which stress upon some previously shown property.

1. Introducing the generalized impedance notion there can be used systematically the symmetric components of the impedances and can be draw a equivalent of the unbalanced load containing a balanced part and another a extremely unbalanced part.

2. From the voltages and currents equations and from the complex power expressions results the component of voltages and powers on the three sequences (homopolar, direct, inverse) and on the three parts of the load (the balanced part, the extreme unbalanced part and the impedance of the neutral wire). It is shown an internal circulation of powers between these parts of the receiver. In the same time we demonstrate that the extreme unbalanced part acts like an converter of power of the symmetrical components.

3. The voltages and powers check up the relations:

$$\underline{U}_{hE} + \underline{U}_{hD} + \underline{U}_{hN} = 0 \quad (59)$$

$$\underline{U}_{dE} + \underline{U}_{dD} + \underline{U}_{dN} = \underline{U}_d \quad (60)$$

$$\underline{U}_{iE} + \underline{U}_{iD} + \underline{U}_{iN} = 0 \quad (61)$$

$$\underline{S}_{hE} + \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{hN} = 0 \quad (62)$$

$$\underline{S}_{dE} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{dN} = 3 \underline{U}_d \underline{I}_d^* = \underline{S}_g \quad (63)$$

$$\underline{S}_{iE} + \underline{S}_{iD} + \underline{S}_{iN} = 0 \quad (64)$$

Because S_{RBL} has its real part positive, from the table 2 immediately results that the active inverse power corresponding to the extremely unbalanced part is negative, so it is a power generated by the extremely unbalanced load. The active powers corresponding to the homopolar and direct may be positive or negative.

4. Regarding the balanced part, the active powers are positive on all the other three components.

5. For the impedance of the neutral wire the active power corresponding to the homopolar component may be positive or negative (eventually null). If k_N is reduced to a real strict positive number, this power is positive (in this case z_N and z_h have the same argument). If z_N is a pure resistance also the active power corresponding to the homopolar component is positive.

6. The using of the unbalanced coefficients k_d , k_i , k_N permits a systematization of the results previously obtained. If we refer to the circulation of the active power, we understand that the active inverse power of the extreme unbalanced part is always negative so it is a power generated by the extreme unbalanced part of

the load. The balanced part of a load or a balanced load absorbs always active power on all three components. But we illustrate the two situations with objective physical existence.

7. In the case of the coefficient of unbalanced real there are must make a detail study of the internal circulation of the active powers.

8. The former general conclusions remain valid for the extreme functioning situations.

Considering the internal circulation of the active powers, the two situations with physical existence can be represented (fig. 9, the case a and b).

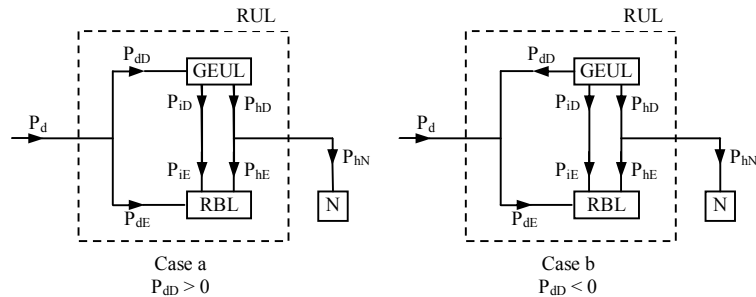


Fig. 9 The diagram of the active powers for the real unbalanced load.

In the figure 9 it was noted: GEUL = generalized extremely unbalanced load; RBL = real balanced load; N = impedance of the neutral wire; RUL = real unbalanced load.

9. As an observation we notice that using the exposed method, an energetical study can be made, taking into consideration the impedances of the line between the generator and the load. The conclusion is that the unbalanced loads are power and energy sources of homopolar and inverse components which are absorbed by the balanced loads, as well as by the supply networks which can be considered as also being balanced. The consequence of these circulations of symmetrical component powers is the rise of technological consume of the networks, which are added to the negative influences over the balanced consumers' run. Therefore, it is known that the three-phased asynchronous engines run in non-symmetrical cases is followed by the decrease of efficiency and in general the working performances, due to the apparition of the inverse spinning magnetic field.

Therefore, the compensation of the three-phased consumers' unbalance is imposed. This compensation has some great technical and economical advantages, representing a complex problem under theoretical and practical aspect. In general, the problem must be solved in connection with the necessity of compensation and that of superior harmonics, and of course, of the improvement of the power factor.

9. References

[1] E. Pavel – “Considerații privind receptoarele electrice trifazate dezechilibrate”, ENERG, Vol. VII, Editura Tehnică, București, 1989, pag. 194-220

[2] V. M. Popa – “A New Approach to be Characterized the Unbalanced Three-Phase Loads”, Acta Universitatis Cibiniensis, Vol. XIV (2), Sibiu, 1995, pag. 91-93

[3] V. M. Popa – “On an Analysis for the Unbalanced Loads”, Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 93-94

[4] V. M. Popa – “Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații”, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1998

[5] V. M. Popa – “Using Generalized Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load”, Proceedings of the 2-nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, România, volume, pag. 91-94.

[6] V. M. Popa, “A Synthesis Regarding the Study of the Real Unbalanced Load”, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicola 2, Hunedoara, 2000, pag. 9-12

[7] V. M. Popa, “The Study of the Real Unbalanced Load for Extreme Functioning Situations”, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicola 2, Hunedoara, 2000, pag. 13-16

[8] V. M. Popa – “The Complex Analysis of the Real Unbalanced Load”, Analele Universității Româno-Germane din Sibiu, Secțiunea Tehnică, 2000, www.roger-univ.ro

[9] V. M. Popa – “Analiza receptorului dezechilibrat real cu coeficienți de dezechilibru reali”, A patra Conferință națională „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 21-23 mai 2004, vol. V, pag. 151-156.

STUDIUL RECEPTORULUI TRIFAZAT CU COEFICIENȚI DE DEZECHILIBRU REALI

Vasile Mircea POPA

REZUMAT

În lucrare se prezintă unele aspecte privind receptorul trifazat în varianta obișnuită de receptor dezechilibrat real. Se calculează puterile complexe aferente părții echilibrate și părții extrem dezechilibrate și se introduc coeficienții de dezechilibru de calcul ai impedanțelor. În cazul coeficienților reali se face o analiză energetică a receptorului, însoțită de reprezentări grafice 2D și 3D. În final se prezintă unele concluzii și se indică bibliografia.

Cuvinte cheie: impedanță generalizată, receptor dezechilibrat real, puteri absorbite, coeficienți de dezechilibru ai impedanțelor.

THE STUDY OF THE THREE-PHASED LOAD WITH REAL UNBALANCED COEFFICIENTS

We define a generalized impedance as an impedance with a negative real part (equivalent resistance). We define the real unbalanced load, which has a balanced part and an extremely unbalanced part. Also, make energetical diagrams about the powers circulation and are presented the conclusions.

1. Introducere

În unele lucrări anterioare, arătate în bibliografie, s-a definit impedanța generalizată ca o impedanță cu partea reală negativă [1], [2].

Considerăm un receptor trifazat în conexiune stea, având impedanțele fazelor z_1, z_2, z_3 și componentele simetrice de calcul ale impedanțelor z_h, z_d, z_i . Partea echilibrată a receptorului este constituită pentru fiecare fază de componenta homopolară: $z_{1E} = z_h, z_{2E} = z_h, z_{3E} = z_h$. Partea extrem dezechilibrată conține pe fiecare fază următoarele impedanțe: $z_{1D} = z_d + z_i, z_{2D} = a^2 z_d + a z_i, z_{3D} = a z_d + a^2 z_i$.

Putem desena următoarea schemă echivalentă a receptorului, în care sunt evidențiate partea echilibrată și partea dezechilibrată (fig. 1).

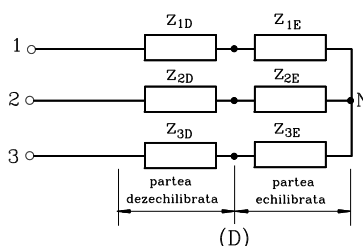


Fig. 1 - Evidențierea părții echilibrate și a părții dezechilibrate (extrem dezechilibrate) pentru un receptor trifazat

Se numește receptor dezechilibrat real (**RDR**) un receptor trifazat format din trei impedanțe, în general de valori complexe diferite între ele și având fiecare partea reală pozitivă.

2. Calculul puterilor absorbite

În cele ce urmează se va considera receptorul trifazat în conexiune stea cu fir neutru, luându-se în considerare și impedanța firului neutru z_N .

Presupunem că sistemul tensiunilor de alimentare are numai componentă simetrică directă. De asemenea, considerăm receptorul în general dezechilibrat.

În continuare, vom analiza puterile absorbite de receptorul dezechilibrat real (RDR) [2], [3].

Puterile pentru partea echilibrată sunt:

$$\underline{S}_{hE} = 3\underline{U}_{hE} \underline{I}_{h}^* = 3 \frac{z_h z_d^2 - z_h^2 z_i}{D} \underline{U}_d \underline{I}_h^* \quad (1)$$

$$\underline{S}_{dE} = 3\underline{U}_{dE} \underline{I}_{d}^* = 3 \frac{z_h^3 - z_h z_d z_i + 3z_N z_h^2}{D} \underline{U}_d \underline{I}_d^* \quad (2)$$

$$\underline{S}_{iE} = 3\underline{U}_{iE} \underline{I}_{i}^* = 3 \frac{z_h z_i^2 - z_h^2 z_d - 3z_N z_h z_d}{D} \underline{U}_d \underline{I}_i^* \quad (3)$$

Puterile pentru partea dezechilibrată sunt:

$$\underline{S}_{hD} = 3\underline{U}_{hD} \underline{I}_{h}^* = 3 \frac{z_h^2 z_i - z_h z_d^2 + 3z_N z_h z_i - 3z_N z_d^2}{D} \underline{U}_d \underline{I}_h^* \quad (4)$$

$$\underline{S}_{dD} = 3\underline{U}_{dD} \underline{I}_{d}^* = 3 \frac{z_d^3 + z_i^3 - 2z_h z_d z_i - 3z_N z_d z_i}{D} \underline{U}_d \underline{I}_d^* \quad (5)$$

$$\underline{S}_{iD} = 3\underline{U}_{iD} \underline{I}_{i}^* = 3 \frac{z_h^2 z_d - z_h z_i^2 + 3z_N z_h z_d}{D} \underline{U}_d \underline{I}_i^* \quad (6)$$

Puterile pentru impedanța firului neutru sunt:

$$\underline{S}_{hN} = 3\underline{U}_{hN} \underline{I}_{h}^* = 3 \frac{3z_N z_d^2 - 3z_N z_h z_i}{D} \underline{U}_d \underline{I}_h^* \quad (7)$$

$$\underline{S}_{dN} = 3\underline{U}_{dN} \underline{I}_{d}^* = 0 \quad (8)$$

$$\underline{S}_{iN} = 3\underline{U}_{iN} \underline{I}_{i}^* = 0 \quad (9)$$

Se observă că:

$$\underline{S}_{hE} + \underline{S}_{hN} = -\underline{S}_{hD}; \quad \underline{S}_{dE} + \underline{S}_{dD} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* = \underline{S}_g; \quad \underline{S}_{iE} = -\underline{S}_{iD} \quad (10)$$

Puterea totală absorbită de receptorul considerat este:

$$\underline{S} = \underline{S}_E + \underline{S}_D + \underline{S}_N; \quad \underline{S}_E = \underline{S}_{hE} + \underline{S}_{dE} + \underline{S}_{iE} \quad (11), (12)$$

$$\underline{S}_D = \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{iD}, \quad \underline{S}_N = \underline{S}_{hN} + \underline{S}_{dN} + \underline{S}_{iN} \quad (13), (14)$$

Rezultă: $\underline{S} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* = \underline{S}_d = \underline{S}_g \quad (15)$

Avem: $\underline{S} = \underline{S}_h + \underline{S}_d + \underline{S}_i; \quad \underline{S}_h = \underline{S}_{hE} + \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{hN} = 0 \quad (16), (17)$

$$\underline{S}_d = \underline{S}_{dE} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{dN} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^*; \quad \underline{S}_i = \underline{S}_{iE} + \underline{S}_{iD} + \underline{S}_{iN} = 0 \quad (18), (19)$$

Separarea puterilor complexe pe cele două părți ale receptorului dezechilibrat real precum și pe impedanța firului neutru pune în evidență o circulație de putere internă între aceste zone.

Partea echilibrată consumă atât puterea directă \underline{S}_{dE} cât și puterile homopolară și inversă \underline{S}_{hE} și \underline{S}_{iE} . Impedanța firului neutru consumă numai puterea homopolară \underline{S}_{hN} . Receptorul fiind alimentat de un generator simetric care furnizează putere numai pe componenta directă, deducem că puterile homopolară și inversă sunt primite prin partea dezechilibrată a receptorului.

Partea dezechilibrată consumă puterea:

$$\underline{S}_D = \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{iD} = \underline{S} - \underline{S}_{hE} - \underline{S}_{dE} - \underline{S}_{iE} - \underline{S}_{hN} \quad (20)$$

Se poate afirma că partea dezechilibrată a receptorului se comportă ca un convertizor de putere a componentelor simetrice [1], [2], [3], [4], [5].

Considerând că în partea echilibrată a receptorului intră și rețeaua de alimentare presupusă ca fiind și ea echilibrată, puterea homopolară și cea inversă aferentă acestei rețele este efectiv un consum suplimentar față de situația unui receptor echivalent, de aceeași putere, echilibrat.

Se poate desena o diagramă a puterilor complexe, care este o ilustrare grafică a relațiilor anterioare. Prin urmare, interpretarea acestei diagrame trebuie să fie nuanțată, strict legată de aceste relații ale puterilor complexe.

Diagrama puterilor complexe este următoarea:

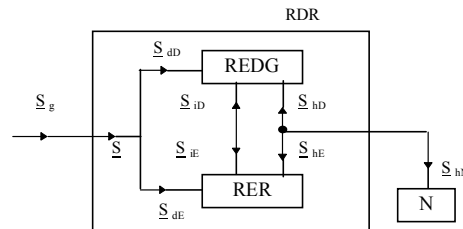


Fig. 2 - Diagrama puterilor complexe pentru receptorul dezechilibrat real (RDR)

Notațiile au următoarele semnificații:

- REDG = receptor extrem dezechilibrat generalizat;
- RER = receptor echilibrat real;
- N = impedanța firului neutru;
- RDR = receptor dezechilibrat real.

3. Coeficienții de dezechilibru ai impedanțelor

O caracterizare a receptorului dezechilibrat real se poate face cu ajutorul coeficienților de dezechilibru de calcul ai impedanțelor [1], [2], [4].

Coeficientul de dezechilibru al componentei directe, al componentei inverse și coeficientul de raportare al impedanței firului neutru sunt date prin definiție :

$$k_d = \frac{z_d}{z_h}; k_i = \frac{z_i}{z_h}; k_N = \frac{z_N}{z_h} \quad (21), (22), (23)$$

Coeficienții k_d , k_i , k_N sunt în general numere complexe.

Vom considera și receptorul echilibrat care conține pe fiecare fază impedanța z_h . Puterea absorbită de acest receptor echilibrat real este notată \underline{S}_{RER} [2], [5].

Prezintă interes studierea puterii directe corespunzătoare părții dezechilibrate și echilibrate, respectiv raportul acestor puteri:

$$\frac{\underline{S}_{dD}}{\underline{S}_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i}{1 - k_d k_i + 3k_N} \quad (24)$$

Coeficienții k_d , k_i , k_N sunt în general numere complexe, ceea ce îngreunează studiul. Considerând circulația internă a puterilor active se pot reprezenta cele două situații cu existența fizică (fig. 3, cazurile a și b).

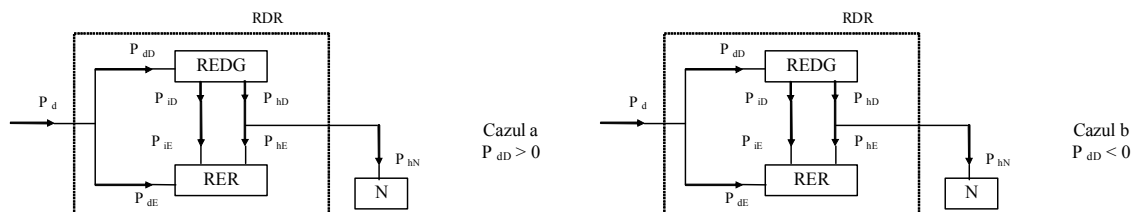


Fig. 3 - Diagrama puterilor active pentru receptorul dezechilibrat real (RDR)

De asemenea prezintă interes studierea raportului:

$$\frac{\underline{S}_{hD}}{\underline{S}_{hE}} = -1 - 3k_N \quad (25)$$

4. Cazul coeficienților de dezechilibru reali

Există cazuri particulare de receptoare trifazate dezechilibrate care prezintă interes și au și avantajul unor simplificări de calcule [1], [2].

Un caz particular important este acela în care coeficienții de dezechilibru sunt numere reale. Componentele simetrice de calcul ale impedanțelor vor fi:

$$z_h = ze^{j\alpha} ; z_d = k_d ze^{j\alpha} ; z_i = k_i ze^{j\alpha} ; z_N = k_N ze^{j\alpha} \quad (26)$$

unde: z, k_d, k_i, k_N sunt numere reale, $z > 0$.

Coeficienții k_d, k_i fiind numere reale, se simplifică studiul puterii directe corespunzătoare părții dezechilibrate.

$$\text{Astfel avem: } \frac{\underline{S}_{dD}}{\underline{S}_{dE}} = \frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i}{1 - k_d k_i + 3k_N} \quad (27)$$

unde membrul drept este un număr real.

Studiind semnul acestui raport, deducem cazurile când partea dezechilibrată se comportă ca un receptor, respectiv ca un generator (semnul este plus sau minus). Pentru un k_N fixat, reprezentarea într-un plan raportat la un sistem cartezian cu axele k_d și k_i permite delimitarea zonelor pozitive și negative.

În cele ce urmează vom presupune că avem $k_N = 1/3$, adică $z_h = 3 z_N$. Atunci

$$\text{vom avea: } \frac{\underline{S}_{dD}}{\underline{S}_{dE}} = \frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i}{2 - k_d k_i} \quad (28)$$

Analiza semnului acestui raport ne indică situațiile în care partea dezechilibrată a receptorului primește putere activă, respectiv debitează putere activă.

Coeficienții k_d, k_i fiind numere reale, se simplifică studiul puterii directe corespunzătoare părții dezechilibrate.

$$\text{Astfel avem: } \frac{\underline{S}_{dD}}{\underline{S}_{dE}} = \frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i}{1 - k_d k_i + 3k_N} \quad (29)$$

unde membrul drept este un număr real.

Studiind semnul acestui raport, deducem cazurile când partea dezechilibrată se comportă ca un receptor, respectiv ca un generator (semnul este plus sau minus). Pentru un k_N fixat, reprezentarea într-un plan raportat la un sistem cartezian cu axele k_d și k_i permite delimitarea zonelor pozitive și negative.

În cele ce urmează vom presupune că avem $k_N = 1/3$, adică $z_h = 3 z_N$. Atunci

$$\text{vom avea: } \frac{\underline{S}_{dD}}{\underline{S}_{dE}} = \frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i}{2 - k_d k_i} \quad (30)$$

$$\text{Ecuațiile: } k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i = 0 \quad (31)$$

$$2 - k_d k_i = 0 \quad (32)$$

reprezintă un foliu al lui Descartes, respectiv o hiperbolă echilaterală.

Reprezentarea grafică a celor două curbe este redată în figura 4.

Foliul lui Descartes admite asimptota:

$$k_d + k_i + 1 = 0 \quad (33)$$

El este simetric față de prima bisectoare și are "vârful" de coordonate $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

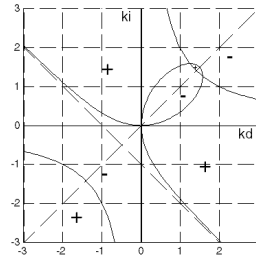


Fig. 4 - Reprezentarea grafică a număratorului (foliul lui Descartes) respectiv a numitorului (hiperbola echilaterală) pentru raportul P_{dD} / P_{dE}

Axele de coordonate sunt tangente la foliu în origine.

Hiperbola echilaterală intersectează prima bisectoare în punctele de coordonate $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ și $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.

Studiind semnul număratorului și numitorului, rezultă pentru raport 7 regiuni ale planului cu semnele indicate în figură.

În cele patru regiuni ale planului cu semnul plus partea dezechilibrată a receptorului primește putere activă, iar în cele trei regiuni ale planului cu semnul minus partea dezechilibrată a receptorului debitează putere activă.

În lucrarea [2] se face o astfel de analiză și pentru alte cazuri particulare privind valorile coeficienților de dezechilibru (reprezentări grafice 2D).

Revenim la variația raportului considerat anterior, adică:

$$\frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i}{1 - k_d k_i + 3k_N} \quad (34)$$

Este utilă și sugestivă reprezentarea 3D a acestui raport, respectiv a suprafeței corespunzătoare, pentru un k_N fixat. Se observă domeniile din planul variabilelor k_d, k_i unde raportul este pozitiv sau negativ, cu interpretările aferente.

În continuare, se prezintă câteva reprezentări de acest tip (figurile: 5, 6, 7, 8).

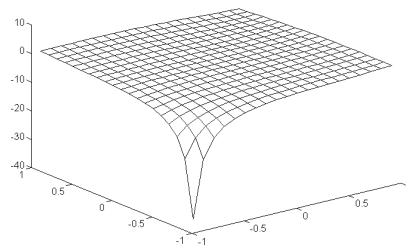


Fig. 5 - Reprezentarea grafică 3D a variației raportului P_{dD}/P_{dE} pentru $k_N = 0$

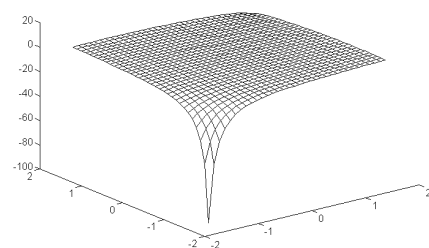


Fig. 6 - Reprezentarea grafică 3D a variației raportului P_{dD}/P_{dE} pentru $k_N = 2/3$

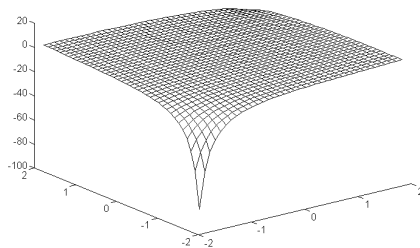


Fig. 7 - Reprezentarea grafică 3D a variației raportului P_{dD}/P_{dE} pentru $k_N = 1$

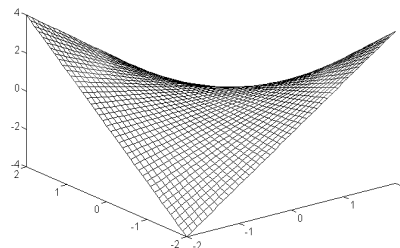


Fig. 8 - Reprezentarea grafică 3D a variației raportului P_{dD}/P_{dE} pentru $k_N = \infty$

5. Concluzii

1. Introducând noțiunea de impedanță generalizată se pot utiliza sistematic componentele simetrice de calcul ale impedanțelor și se poate da o schemă echivalentă a receptorului dezechilibrat, conținând o parte echilibrată și o parte extrem dezechilibrată.

2. Din expresiile puterilor complexe rezultă componentele puterilor pe cele trei secvențe (homopolară, directă, inversă) și pe cele trei părți ale receptorului considerat (partea echilibrată, partea extrem dezechilibrată și impedanța firului neutru).

3. În cazul coeficienților de dezechilibru reali se face un studiu detaliat al circulației interne a puterilor active.

4. Ca observație, remarcăm că utilizând metoda expusă se poate face un studiu energetic, considerând impedanțele liniei dintre generator și receptor. Concluzia care rezultă este că receptoarele dezechilibrate sunt surse (cauze) de puteri și energii de componente homopolare și inverse care sunt absorbite de receptoarele echilibrate, inclusiv de rețelele de alimentare care pot fi considerate ca fiind de asemenea echilibrate. Consecința acestor circulații de puteri de componente simetrice este creșterea consumului tehnologic al rețelelor care se adaugă influențelor negative asupra funcționării consumatorilor echilibrați. Astfel, se știe că funcționarea motoarelor asincrone trifazate în regimuri nesimetrice este însoțită de scăderea randamentului și în general a performanțelor de lucru, datorită apariției câmpului magnetic învârtitor invers.

Se impune prin urmare compensarea dezechilibrului la consumatorii trifazați. Această compensare are mari avantaje tehnice și economice, fiind o problemă complexă sub aspect teoretic și practic. În general, problema trebuie rezolvată în corelare cu necesitatea compensării și a armonicilor superioare și bineînțeles a îmbunătățirii factorului de putere [1], [2].

BIBLIOGRAFIE

- [1] Pavel, E., *Considerații privind receptoarele electrice trifazate dezechilibrate*, ENERG, Vol. VII, Editura Tehnică, București, 1989, pag. 194-220
- [2] Popa, V. M., *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1998
- [3] Popa, V. M., *Using Generalized Impedances In the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2nd International Workshop "CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits" CADEMEC 99, 7-9 September, 1999, Cluj-Napoca, volum, pag. 91-94
- [4] Popa, V. M., *A Synthesis Regarding the Study of the Real Unbalanced Load*, Sesiunea de Comunicări Științifice cu participare internațională, Hunedoara, 19-20 octombrie 2000, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicola 2, pag. 9-12
- [5] Popa, V. M., *The Complex Analysis of the Real Unbalanced Load*, Analele Universității Româno-Germane din Sibiu, Secțiunea Tehnică, 2000, www.roger-univ.ro

Prof. dr. ing. Vasile Mircea POPA, Universitatea „Lucian Blaga” Sibiu, cadru didactic asociat la Universitatea Româno-Germană din Sibiu.

A SYNTHESIS REGARDING THE STUDY OF THE REAL UNBALANCED LOAD

Vasile Mircea Popa

Key words: real unbalanced load, generalized impedance, symmetrical components, powers circulation, energetical diagrams.

1. INTRODUCTION

We define a generalized impedance as an impedance with a negative real part (equivalent resistance). Also, we define the real unbalanced load, which has a balanced part and an extremely unbalanced part. In the works [1], [4], [5], the voltage and current equations are considered and the power analysis is made.

2. A SYNTHESIS USING UNBALANCED COEFFICIENTS

A characterization of the real unbalanced load may be realized with the help of the unbalanced calculation coefficients of the impedances [1], [2], [3], [4], [5].

The unbalanced coefficient of the direct component is by definition: $k_d = z_d / z_h$ (1)

The unbalanced coefficient of the inverse component is by definition: $k_i = z_i / z_h$ (2)

The coefficient of report of the impedance of the neutral wire is: $k_N = z_N / z_h$ (3)

The coefficients k_d , k_i , k_N are, in general, complex numbers. We shall consider the balanced load which contains on each phase the impedance z_h . Obviously, this load is obtained from the real unbalanced load when the unbalanced part disappears (the triangle 123 restrains in point D). [2], [4]

The power absorbed by this real balanced load would be:
$$\underline{S}_{RBL} = 3 \frac{U_d^2}{z_h} \quad (4)$$

The results previously obtained in the case of the real unbalanced load ([4], [5]) are presented in the following tables. More precise, we shall present the distribution of voltages and powers on the balanced part, on the unbalanced part and on the impedance of the neutral wire.

The supply is made with a direct system of feeding voltages (\underline{U}_{10} , \underline{U}_{20} , \underline{U}_{30}).

Table 1. The distribution of voltages

The real unbalanced load (RUL)	Voltages
The balanced part (RBL)	$\underline{U}_{hE} = \underline{U}_d \frac{k_d^2 - k_i}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{dE} = \underline{U}_d \frac{1 - k_d k_i + 3k_n}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{iE} = \underline{U}_d \frac{k_i^2 - k_d - 3k_N k_d}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
The unbalanced part (GEUL)	$\underline{U}_{hD} = \underline{U}_d \frac{k_i - k_d^2 + 3k_N k_i - 3k_N k_d^2}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{dD} = \underline{U}_d \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{iD} = \underline{U}_d \frac{k_d - k_i^2 + 3k_N k_d}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
The impedance of the neutral wire (N)	$\underline{U}_{hN} = \underline{U}_d \frac{3k_N k_d^2 - 3k_N k_i}{1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i}$
	$\underline{U}_{dN} = 0$
	$\underline{U}_{iN} = 0$

It can be observed that if we have $k_d = k_i = 0$ we obtain $\underline{U}_{dE} = \underline{U}_d$, all the other voltages become equal to zero. It is the case of a balanced load, which has on each phase the impedance z_h , feeding with a direct symmetrical system of phase voltages of the network.

The table 2 is obtained regarding the distribution of powers.

In this table by making $k_d = k_i = 0$ is obtained $\underline{S}_{dE} = \underline{S}_{RBL}$, the case of the balanced receiver previously mentioned (all other powers are null).

Both in table 1 and table 2 we can make in turn $k_i = 0$ and $k_d = 0$ and we obtain the corresponding expressions of the respective particular cases.

Table 2. The distribution of powers

The real unbalanced load (RUL)	Absorbed powers
The balanced part (RBL)	$\underline{S}_{hE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ k_d^2 - k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{dE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ 1 - k_d k_i + 3k_{Ni} ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ k_i^2 - k_d - 3k_N k_d ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
The unbalanced part (GEUL)	$\underline{S}_{hD} = -\underline{S}_{RBL} \frac{(1 + 3k_N) k_d^2 - k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{dD} = \underline{S}_{RBL} \frac{(k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i - 3k_N k_d k_i)(1 - k_d k_i + 3k_N)^*}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iD} = -\underline{S}_{RBL} \frac{ k_i^2 - k_d - 3k_N k_d ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
The impedance of the neutral wire (N)	$\underline{S}_{hN} = \underline{S}_{RBL} \frac{3k_N k_d^2 - k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i + 3k_N - 3k_N k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{dN} = 0$
	$\underline{S}_{iN} = 0$

3. CONCLUSIONS

Regarding tables 1 and 2, we can make a few observations which stress upon some previously shown property.

1. The voltages and powers check up the relations:

$$\underline{U}_{hE} + \underline{U}_{hD} + \underline{U}_{hN} = 0 \quad (5) \quad \underline{S}_{hE} + \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{hN} = 0 \quad (8)$$

$$\underline{U}_{dE} + \underline{U}_{dD} + \underline{U}_{dN} = \underline{U}_d \quad (6) \quad \underline{S}_{dE} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{dN} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* = \underline{S}_g \quad (9)$$

$$\underline{U}_{iE} + \underline{U}_{iD} + \underline{U}_{iN} = 0 \quad (7) \quad \underline{S}_{iE} + \underline{S}_{iD} + \underline{S}_{iN} = 0 \quad (10)$$

Because \underline{S}_{RBL} has its real part positive, from the table 2 immediately results that the active inverse power corresponding to the extremely unbalanced part is negative, so it is a power generated by the extremely unbalanced load. The active powers corresponding to the homopolar and direct may be positive or negative.

2. Regarding the balanced part, the active powers are positive on all the other three components.

3. For the impedance of the neutral wire the active power corresponding to the homopolar component may be positive or negative (eventually null). If k_N is reduced to a real strict positive number, this power is positive (in this case z_N and z_h have the same argument). If z_N is a pure resistance also the active power corresponding to the homopolar component is positive.

Considering the internal circulation of the active powers, the two situations with physical

existence can be represented (fig. 1, the case a and b).

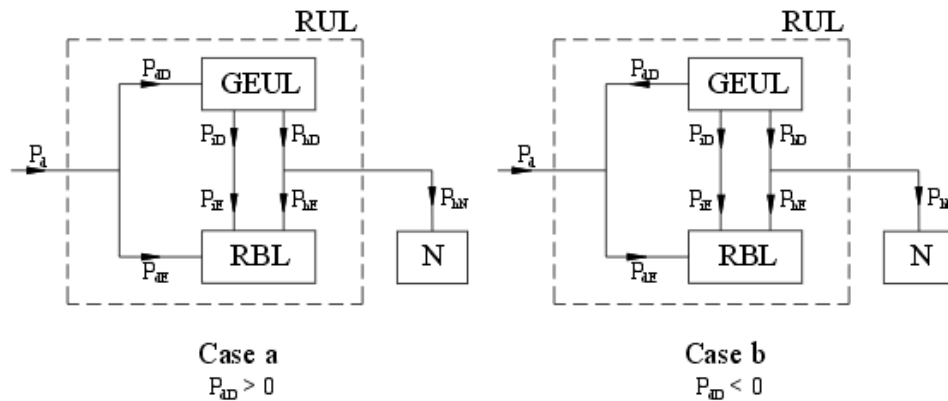


Fig. 1 The diagram of the active powers for the real unbalanced load

In the figure 1 it was noted: GEUL = generalized extremely unbalanced load; RBL = real balanced load; N = impedance of the neutral wire; RUL = real unbalanced load.

4. REFERENCES

- [1] Pavel E., *Considerații privind receptoarele electrice trifazate dezechilibrate*, ENERG, Vol. VII, Editura Tehnică, București, 1989, pag. 194-220
- [2] Popa V. M., *A New Approach to be Characterized the Unbalanced Three-Phase Loads*, Acta Universitatis Cibiniensis, Vol. XIV (2), Sibiu, 1995, pag. 91-93
- [3] Popa V. M., *On an Analysis for the Unbalanced Loads*, Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 93-94
- [4] Popa V. M., *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1998
- [5] Popa V. M., *Using Generalized Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2-nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, România, volume, pag. 91-94.

5. REZUMAT

În lucrarea “O sinteză privind studiul receptorului dezechilibrat real” este prezentată o sinteză privind studiul receptorului dezechilibrat real. Se utilizează coeficienții de dezechilibru de calcul ai impedanțelor. Rezultatele sunt redată în două tabele, urmate de concluzii.

6. DATE DESPRE AUTOR

Nume: Popa; Prenume: Vasile Mircea; Titlul academic: conferențiar doctor inginer; Instituția: Universitatea “Lucian Blaga” Sibiu, Facultatea de Inginerie; Adresa: Facultatea de Inginerie, str. E. Cioran nr. 4, Sibiu; Telefon: 069-216062, int. 481; E-mail: popavm@vectra.sibiu.ro

THE STUDY OF THE REAL UNBALANCED LOAD FOR EXTREME FUNCTIONING SITUATIONS

Vasile Mircea Popa

Key words: real unbalanced load, generalized impedance, symmetrical components, powers circulation, energetical diagrams, extreme functioning situations.

1. INTRODUCTION

We define a generalized impedance as an impedance with a negative real part (equivalent resistance). Also, we define the real unbalanced load, which has a balanced part and an extremely unbalanced part. In the works [1], [4], [5], the voltage and current equations are considered and the power analysis is made.

2. EXTREME FUNCTIONING SITUATIONS

The extreme cases (from the point of view of the impedance value of the neutral wire) represent the connecting star cases with a neutral wire of practical zero impedance and of the star connection without a neutral wire.

In every of each cases we can use a similar analyze to the one presented previously for the general case of an z_N impedance [1], [2], [3], [4], [5]. Some conclusions can be draw from the general case. So in the star connecting case with a neutral wire with practicaly a zero impedance the table with the complex absorbed powers looks like this:

Table 1. The distribution of powers ($z_N = 0$)

The real unbalanced load (RUL)	Absorbed powers ($z_N = 0$)
The balanced part (RBL)	$\underline{S}_{hE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ k_d^2 - k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{dE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ 1 - k_d k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ k_i^2 - k_d ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i ^2}$
The unbalanced part (GEUL)	$\underline{S}_{hD} = -\underline{S}_{RBL} \frac{ k_d^2 - k_i ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{dD} = \underline{S}_{RBL} \frac{(k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i)(1 - k_d k_i)^*}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iD} = -\underline{S}_{RBL} \frac{ k_i^2 - k_d ^2}{ 1 + k_d^3 + k_i^3 - 3k_d k_i ^2}$
The impedance of the neutral wire (N)	$\underline{S}_{hN} = 0$
	$\underline{S}_{dN} = 0$
	$\underline{S}_{iN} = 0$

The raport prevoiusly studied (looks like this) can be write like this:

$$\frac{P_{dD}}{P_{dE}} = \frac{k_d^3 + k_i^3 - 2k_d k_i}{1 - k_d k_i} \quad (1)$$

The study of this raport is similar to the general case [1], [2], [4].

In the case of the star connection without a neutral wire, the table with the complex absorbed powers will take the shape shown in table 2.

The raport studied previously shows like this:

$$\frac{P_{hD}}{P_{hE}} = -k_d k_i \quad (2)$$

The study of this case is similar to the general case [4].

Table 2. The distribution of powers ($z_N = \infty$)

The real unbalanced load (RUL)	Absorbed powers ($z_N = \infty$)
The balanced part (RBL)	$\underline{S}_{hE} = 0$
	$\underline{S}_{dE} = \underline{S}_{RBL} \frac{1}{ 1 - k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iE} = \underline{S}_{RBL} \frac{ k_d ^2}{ 1 - k_d k_i ^2}$
The unbalanced part (GEUL)	$\underline{S}_{hD} = 0$
	$\underline{S}_{dD} = \underline{S}_{RBL} \frac{-k_d k_i}{ 1 - k_d k_i ^2}$
	$\underline{S}_{iD} = -\underline{S}_{RBL} \frac{ k_d ^2}{ 1 - k_d k_i ^2}$
The impedance of the neutral wire (N)	$\underline{S}_{hN} = 0$
	$\underline{S}_{dN} = 0$
	$\underline{S}_{iN} = 0$

3. CONCLUSIONS

Keeping in mind the different aspects shown in relation with the three – phase unbalanced load feeding with a general sistem of tensions we can draw some conclusions:

1. Introducing the generalized impedance notion there can be used sistematically the symmetric components of the impedances and can be draw a equivalent of the unbalanced receiver containing a balanced part and another a extremely unbalanced part.
2. From the voltage and current equations and from the complex power expressions results the component of voltages and powers on the three sequences (homopolar, direct, inverse) and on the three parts of the receiver (the balanced part, the extreme unbalanced part and the impedance of the neutral wire). It is shown an internal circulation of powers between these parts of the receiver. In the same time we demonstrate that the extreme unbalanced part acts like an converter of power of the symmetrical components.
3. The using of the unbalanced coefficients k_d , k_i , k_N permits a sistematization of the results previously obtained. If we refer to the circulation of the active power, we understand that the active inverse power of the extreme unbalanced part is always negative so it is a power generated by the extreme unbalanced part of the receiver. The balanced part of a receiver or a balanced reveiver absorbs always active power on all three components. But we evidientiate the two situations with objective physical existance.

4. In the case of the coefficient of unbalanced real there are must make a detail study of the internal circulation of the active powers.
5. The former general conclusions remain valid for the extreme functioning situations.

4. REFERENCES

- [1] Pavel E., *Considerații privind receptoarele electrice trifazate dezechilibrate*, ENERG, Vol. VII, Editura Tehnică, București, 1989, pag. 194-220
- [2] Popa V. M., *A New Approach to be Characterized the Unbalanced Three-Phase Loads*, Acta Universitatis Cibiniensis, Vol. XIV (2), Sibiu, 1995, pag. 91-93
- [3] Popa V. M., *On an Analysis for the Unbalanced Loads*, Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 93-94
- [4] Popa V. M., *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1998
- [5] Popa V. M., *Using Generalized Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2-nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, România, volume, pag. 91-94.

5. REZUMAT

În lucrarea “Studiul receptorului dezechilibrat real pentru situații extreme de funcționare” sunt prezentate situațiile extreme de funcționare ale unui receptor dezechilibrat real cu conexiune stea. Aceste cazuri extreme (din punctul de vedere al valorii impedanței firului neutru) reprezintă cazurile legăturii în stea cu fir neutru de impedanță practic nulă respectiv al legării în stea fără fir neutru. Puterile complexe absorbite în cele două situații extreme, pe componente simetrice, pentru partea echilibrată, partea dezechilibrată și pentru impedanța firului neutru sunt prezentate în două tabele.

6. DATE DESPRE AUTOR

Nume: Popa
Prenume: Vasile Mircea
Titlul academic: conferențiar doctor inginer
Instituția: Universitatea “Lucian Blaga” Sibiu, Facultatea de Inginerie
Adresa: Facultatea de Inginerie, str. E. Cioran nr. 4, Sibiu
Telefon: 069-216062, int. 481
E-mail: popavm@vectra.sibiu.ro

ANALIZA CAZURILOR LIMITĂ ALE RECEPTORULUI DEZECHILIBRAT REAL

Vasile Mircea Popa

Real Unbalanced Load Limit Cases Analysis

In this paper is defined the generalized impedance, the generalized extremely unbalanced load and the real balanced load. Consider voltages and currents equations and make powers analysis. Also, make energetical diagrams about the powers circulation and are presented the conclusions.

1. Introducere

Se definește impedanța generalizată ca o impedanță cu partea reală (rezistența echivalentă) negativă [1], [2], [3]. Aceasta este o impedanță de calcul, utilă în considerațiile următoare. Vom considera în continuare schema echivalentă în stea a unui receptor trifazat:

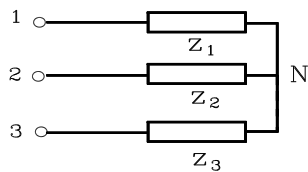


Fig. 1 Schema echivalentă în stea a unui receptor trifazat

unui receptor trifazat:

Utilizând componentele simetrice de calcul ale impedanțelor, putem scrie:

$$\begin{cases} Z_1 = Z_h + Z_d + Z_i \\ Z_2 = Z_h + a^2 \cdot Z_d + a \cdot Z_i \\ Z_3 = Z_h + a \cdot Z_d + a^2 \cdot Z_i \end{cases} \quad (1)$$

Partea echilibrată a sistemului trifazat de impedanțe este constituită din componenta homopolară pentru fiecare fază:

$$Z_{1E} = Z_h; Z_{2E} = Z_h; Z_{3E} = Z_h \quad (2)$$

Partea dezechilibrată a sistemului trifazat de impedanțe va avea următoarele impedanțe în fiecare fază:

$$Z_{1D} = Z_d + Z_i; Z_{2D} = a^2 \cdot Z_d + a \cdot Z_i; Z_{3D} = a \cdot Z_d + a^2 \cdot Z_i \quad (3)$$

Prin urmare, putem scrie pentru fiecare fază:

$$Z_1 = Z_{1E} + Z_{1D}; Z_2 = Z_{2E} + Z_{2D}; Z_3 = Z_{3E} + Z_{3D} \quad (4)$$

În baza acestei relații, putem desena următoarea schemă echivalentă a receptorului din fig. 2, evidențiind partea echilibrată și cea dezechilibrată:

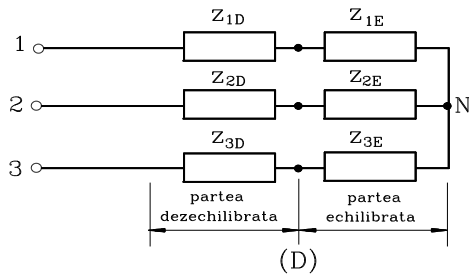


Fig. 2 Evidențierea părții echilibrate și a părții dezechilibrate (extrem dezechilibrate) pentru un receptor trifazat

Numim receptor trifazat real, un receptor realizat din trei impedanțe, având fiecare partea reală pozitivă. Dacă $z_1 \neq z_2 \neq z_3$, receptorul este numit dezechilibrat.

2. Ecuația de tensiuni și curenți

În cele ce urmează se va considera receptorul trifazat din figura 3 în conexiune stea cu fir neutru, luându-se în considerare și impedanța firului neutru z_N (fig. 3)

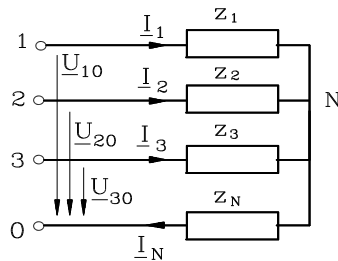


Fig. 3 Receptor trifazat legat în stea, cu fir neutru de impedanță z_N

Sistemul de tensiuni de fază de alimentare \underline{U}_{10} , \underline{U}_{20} , \underline{U}_{30} este în general nesimetric. De asemenea, considerăm receptorul în general dezechilibrat.

Aplicând legea lui Ohm pe fiecare fază, teorema I a lui Kirchhoff în nodul N precum și teorema Stokvis-Fortescue sistemelor de tensiuni și de curenți, se obține în urma unui calcul următoarea ecuație matricială:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_h + 3z_N & z_i & z_d \\ z_d & z_h & z_i \\ z_i & z_d & z_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

Pentru exprimarea componentelor simetrice ale curenților se inversează relația (5):

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} z_h^2 - z_d z_i & z_d^2 - z_h z_i & z_i^2 - z_h z_d \\ z_i^2 - z_h z_d & z_h^2 - z_d z_i + 3z_N z_h & z_d^2 - z_h z_i - 3z_N z_i \\ z_d^2 - z_h z_i & z_i^2 - z_h z_d - 3z_N z_d & z_h^2 - z_d z_i + 3z_N z_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

unde:

$$D = z_h^3 + z_d^3 + z_i^3 - 3z_h z_d z_i + 3z_N z_h^2 - 3z_N z_d z_i \quad (7)$$

Puterea complexă cedată pe la borne de rețea (generator) este:

$$\underline{S}_g = 3\underline{U}_h \underline{I}_h^* + 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* + 3\underline{U}_i \underline{I}_i^* \quad (8)$$

Puterea complexă primită de receptorul trifazat cu impedanțele z_1, z_2, z_3 și de impedanța firului neutru este:

$$\underline{S} = \underline{S}_g \quad (9)$$

Puterea complexă consumată în impedanța firului neutru este:

$$\underline{S}_N = \underline{U}_{NO} \underline{I}_N^* = 9z_N I_h^2 \quad (10)$$

Un caz particular important este atunci când sistemul tensiunilor de alimentare are numai componentă simetrică directă. Consumatorul este alimentat de la un generator trifazat simetric cu conexiune stea cu impedanțele interne nule (de putere infinită).

În acest caz, ecuația (6) se poate scrie în felul următor:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} = \frac{\underline{U}_d}{D} \begin{bmatrix} z_d^2 - z_h z_i \\ z_h^2 - z_d z_i + 3z_N z_h \\ z_i^2 - z_h z_d - 3z_N z_d \end{bmatrix} \quad (11)$$

iar relația (9) devine:

$$\underline{S}_g = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* \quad (12)$$

3. Analiza receptorului extrem dezechilibrat generalizat

Acest receptor este caracterizat de condiția $z_h = 0$.

Presupunem și acum că sistemul tensiunilor de alimentare are numai componenta simetrică directă.

Ecuația matricială a tensiunilor (5) ia următoarea formă:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z_i & z_d \\ z_d & 0 & z_i \\ z_i & z_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3z_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_h \\ \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

Putem, de asemenea, utiliza ecuația curenților (11).

Pentru partea dezechilibrată putem scrie:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}_D = \frac{\underline{U}_d}{D} \begin{bmatrix} -3z_N z_d^2 \\ z_d^3 + z_i^3 - 3z_N z_d z_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Pentru firul neutru putem scrie:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_h \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}_N = \frac{\underline{U}_d}{D} \begin{bmatrix} 3z_N z_d^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Se observă că avem relațiile:

$$\underline{U}_h = \underline{U}_{hD} + \underline{U}_{hN} = 0 \quad (16)$$

$$\underline{U}_d = \underline{U}_{dD} + \underline{U}_{dN}, \text{ cu } \underline{U}_{dN} = 0 \quad (17)$$

$$\underline{U}_i = \underline{U}_{iD} + \underline{U}_{iN} = 0, \text{ cu } \underline{U}_{iD} = 0 \text{ și } \underline{U}_{iN} = 0 \quad (18)$$

Vom calcula puterile absorbite de receptorul extrem dezechilibrat generalizat (REDG).

Puterile pentru partea dezechilibrată sunt:

$$\underline{S}_{hD} = 3\underline{U}_{hD} \underline{I}_h^* = -9 \frac{z_N z_d^2}{D} \underline{U}_d \underline{I}_h^* \quad (19)$$

$$\underline{S}_{dD} = 3\underline{U}_{dD} \underline{I}_d^* = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* \quad (20)$$

$$\underline{S}_{iD} = 3\underline{U}_{iD} \underline{I}_i^* = 0 \quad (21)$$

Puterile pentru impedența firului neutru sunt:

$$\underline{S}_{hN} = 3\underline{U}_{hN} \underline{I}_h^* = 9 \frac{z_N z_d^2}{D} \underline{U}_d \underline{I}_h^* \quad (22)$$

$$\underline{S}_{dN} = 3\underline{U}_{dN} \underline{I}_d^* = 0 \quad (23)$$

$$\underline{S}_{iN} = 3\underline{U}_{iN} \underline{I}_i^* = 0 \quad (24)$$

Se observă că:

$$\underline{S}_{hD} = -\underline{S}_{hN} \quad (25)$$

$$\underline{S}_{dD} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* = \underline{S}_g \quad (26)$$

$$\underline{S}_{iD} = 0 \quad (27)$$

Puterea totală absorbită de receptorul extrem dezechilibrat este:

$$\underline{S} = \underline{S}_D + \underline{S}_N \quad (28)$$

$$\underline{S}_D = \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{iD} \quad (29)$$

$$\underline{S}_N = \underline{S}_{hN} + \underline{S}_{dN} + \underline{S}_{iN} \quad (30)$$

Rezultă:

$$\underline{S} = 3\underline{U}_d \underline{I}_d^* = \underline{S}_g \quad (31)$$

Se poate evidenția o circulație de putere internă între partea dezechilibrată și impedanța firului neutru. Impedanța firului neutru consumă numai puterea homopolară \underline{S}_{hN} . Receptorul fiind alimentat cu un sistem simetric de tensiuni, el primește putere numai pe componenta directă. Puterea homopolară este deci primită de impedanța firului neutru prin intermediul receptorului extrem dezechilibrat.

Partea dezechilibrată consumă puterea:

$$\underline{S}_D = \underline{S}_{hD} + \underline{S}_{dD} + \underline{S}_{iD} = \underline{S} - \underline{S}_{hN} \quad (32)$$

Diagrama puterilor complexe este:

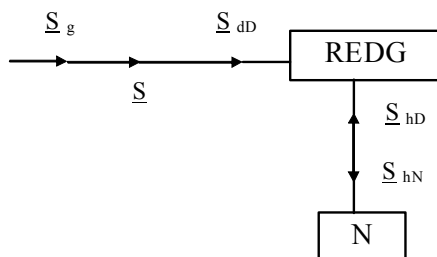


Fig. 4 Diagrama puterilor complexe pentru receptorul extrem dezechilibrat generalizat (**REDG**)

Am notat:

- **REDG** = receptorul extrem dezechilibrat generalizat;
- **N** = impedanța firului neutru.

4. Analiza receptorului echilibrat real

Acest receptor este caracterizat de condițiile $z_d=0$ și $z_i=0$.

Se poate face asemănător o analiză a acestui receptor ([2], [3]), particularizându-se, ecuațiile de tensiuni și curenți și calculându-se puterile absorbite de receptorul echilibrat real (**RER**).

Diagrama puterilor complexe este:

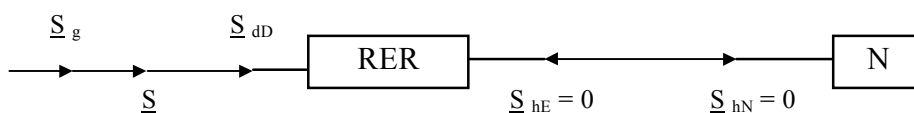


Fig. 5 Diagrama puterilor complexe pentru receptorul echilibrat real (**RER**)

5. Concluzii

Introducând noțiunea de impedanță generalizată se pot utiliza sistematic componentele simetrice de calcul ale impedanțelor și se poate da o schemă echivalentă a receptorului dezechilibrat, conținând o parte echilibrată și o parte extrem dezechilibrată.

Din ecuațiile de tensiuni și de curenți și din expresiile puterilor complexe rezultă componentele tensiunilor și puterilor pe cele trei secvențe (homopolară, directă, inversă) și pe cele trei părți ale receptorului considerat (partea echilibrată, partea extrem dezechilibrată și impedanța firului neutru). Este pusă în evidență o circulație internă de putere între aceste părți ale receptorului, redată în figura 1.14. În același timp se demonstrează că partea extrem dezechilibrată se comportă ca un convertizor de putere a componentelor simetrice.

6. Bibliografie

- 1) Pavel E. – *Considerații privind receptoarele electrice trifazate dezechilibrate*, ENERG, Vol. VII, Editura Tehnică, București, 1989, pag. 194-220.
- 2) Popa V.M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1998.
- 3) Popa V.M. – *Using Generalised Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2nd International Workshop „CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits” CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, pp. 91-94.

Conf. dr. ing. Vasile Mircea Popa, Universitatea „Lucian Blaga” Sibiu, Facultatea de Inginerie „Hermann Oberth”, str. Emil Cioran, nr. 4, 2400 – Sibiu

E-mail: popavm@vectra.ulbsibiu.ro

A Mathematical Model for Unbalanced Classes Analysis of Polyphasic Loads

Vasile Mircea POPA

Abstract: The paper proposes a new method for calculating the number of equivalence classes for discrete unbalanced loads. The determination of this number is a combinatorial problem of distributing n objects (μ classes of objects where the class j contains λ_j identical objects, so that $\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n$) in m cells of capacity l_i , having $\sum_{i=1}^m l_i = n$.

1. Introduction

Consider a polyphasic unbalanced load and equivalent scheme in star connection (fig.1).

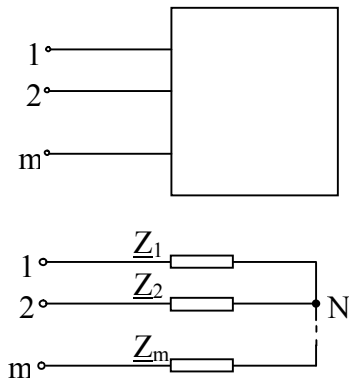


Fig.1

The phase i of load requires a number l_i from the elementary impedances ($i=1,2,\dots,m$) (fig.2).

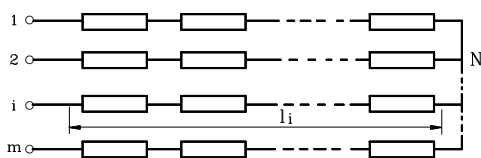


Fig.2

We have μ impedance classes, where the class j contains λ_j identical impedances ($j = 1,2,\dots,\mu$).

Supposing that:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = \sum_{i=1}^m l_i = n \tag{1}$$

the number of polyphasic load unbalanced classes is finite.

If we note this number:

$$N = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \tag{2}$$

we can use for his calculation an original algorithm we are going to present below.

2. Original algorithm

I propose the following algorithm [3].

a) We solve the polynomial:

$$P = P_{\lambda_1} P_{\lambda_2} \dots P_{\lambda_\mu} \tag{3}$$

where:

$$P_{\lambda_j} = P_{\lambda_j}(x_1, x_2, \dots, x_{\lambda_j})$$

is a Newton type polynomial of degree λ_j in λ_j variables [1].

$$P = P(x_1, x_2, \dots, x_\lambda) \tag{4}$$

will have a:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n$$

degree and λ variables, where:

$$\lambda = \max(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu).$$

b) We replace in P:

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 + y_2 + \dots + y_m \\ x_2 &= y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_m^2 \\ &\vdots \\ x_\lambda &= y_1^\lambda + y_2^\lambda + \dots + y_m^\lambda \end{aligned} \quad (5)$$

c) With the help of the multinomial theorem we calculate the coefficient of the single term $y_1^{l_1} y_2^{l_2} \dots y_m^{l_m}$ of the expansion of P, which will be the number we are looking for.

The general polynomial of Newton type has the form:

$$P_n = \sum_{\substack{k_1+2k_2+\dots+nk_n=n \\ k_1, k_2, \dots, k_n \geq 0}} \frac{x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}}{1^{k_1} k_1! 2^{k_2} k_2! \dots n^{k_n} k_n!}. \quad (6)$$

Applying the above mentioned general formula we can easily obtain the first Newton type polynomials:

$$P_1 = x_1$$

$$P_2 = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2)$$

$$P_3 = \frac{1}{6}(x_1^3 + 3x_1x_2 + 2x_3)$$

$$P_4 = \frac{1}{24}(x_1^4 + 6x_1^2x_2 + 8x_1x_3 + 3x_2^2 + 6x_4)$$

The algorithm that we displayed before coincides with the Pólya – de Bruijn enumeration method used in our problem case [2].

We can also remark that the number N represents also the number of matrices with μ rows and m columns, made of natural numbers, where the sum of the rows and columns are given:

$$\begin{array}{c|cccc} n & l_1 & l_2 & \dots & l_m \\ \hline \lambda_1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ \lambda_2 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda_\mu & x_{\mu 1} & x_{\mu 2} & \dots & x_{\mu m} \end{array} \quad (7)$$

The algorithm was programmed on the electronic computer.

3. Conclusions

This paper presents a mathematical model for polyphasic loads unbalances classes analysis. The number N represents also the number of solutions for the system of equations:

$$\sum_{i=1}^m x_{ji} = \lambda_j; \quad \sum_{j=1}^{\mu} x_{ji} = l_i; \quad \lambda_j, l_i > 0; \quad x_{ji} \geq 0$$

the numbers x_{ji} are natural numbers and the numbers λ_j, l_i are strictly positive natural numbers. The system has μm unknowns (because of the equilibrium conditions (1)).

As an application we propose to the reader to check up by calculation the equalities:

$$G_{8(2,2,1,1,1)}^{8(2,2,2,1,1)} = 1548$$

$$G_{8(2,2,1,1,1,1)}^{9(3,2,2,1,1)} = 4900$$

and to formulate the according problems complying with the count of solutions both for the before system and for the matrices (7).

4. References:

- [1] D. E. Knuth – *The Art of Computer Programming*, vol.1, *Fundamentals Algorithms*, Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1973
- [2] I. Tomescu – *Introduction to Combinatorics*, Collet's (Publishers) Limited, London and Wellingborough, England, 1975
- [3] V. M. Popa – *On a Question of Linear Programming*, Acta Universitatis Cibiniensis, vol.X, Sibiu, Romania, 1993

The Algebraic Characterisation of Discreet Unbalanced Loads

Vasile Mircea Popa

Abstract: The paper proposes an algebraic characterisation for unbalanced discreet loads. The algebraic model is the bijection between two finite multiple sets. The number of unbalanced discreet loads is the number of equivalence classes for equivalence relation defined onto bijection set.

Key words: m-phased load, discreet unbalanced loads, algebraic characterisation for discreet unbalanced loads

1. Introduction

We are considering an m-phased unbalanced load and the equivalent scheme in star connection. We assume that the phases are distinct between them (discernible). If the impedances from the m phases are made up (in a series) of elementary impedances (physical elements), we call the m-phased load discreet unbalanced load (DUL). [3],[4]. We assume that we have n elementary impedances, namely μ classes of different elementary impedances, the j class containing λ_j identical impedances, thus:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n. \tag{1}$$

The m distinct phases of the load with a star connection, contain l_i elementary impedances each, with:

$$\sum_{i=1}^m l_i = n. \tag{2}$$

The scheme of such a discreet unbalanced load is given in fig 1.

We call such a discreet unbalanced load of the $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})$ type.

We are to imply next that the discreet unbalanced loads (DUL), which we are to consider, do belong to this type.

At the transfer of some elementary impedances from a phase to another we obtain different unbalances loads, which introduce different types of lack of balance into the network where they belong.

Particularly, some of these loads can be balanced but they can be considered as limit cases of unbalanced loads [3].

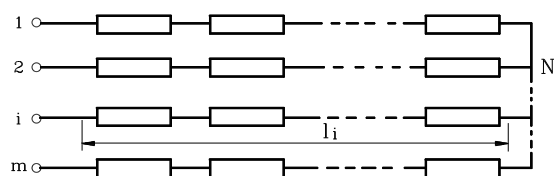


Figure 1.

A question that is raised immediately is determined by the number of possible unbalanced, in other words, the number of the discreet unbalanced load. The number of the discreet unbalanced loads, which may exist, is finite and we note it:

$$N = N(\text{DUL}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})}. \tag{3}$$

By the $N=N(\text{DUL})$ number calculation we use methods from the discreet mathematics, to be more exactly, from the combinatorics. [1], [2], [3].

2. The algebraic model for RDD

The algebraic model for the discreet unbalanced load is the bijection between two multiple sets [3],[4]. We take into consideration two finite sets X and Y, having the same number of elements: $|X| = |Y| = n$, as well as the set of bijections $f : X \rightarrow Y$, that we note as Y^X . Let us assume an equivalence relation (ρ_1) defined on the set X, which determines a partition of the set X, where μ equivalence classes X_j containing each λ_j elements, that is

$|X_j| = \lambda_j$ ($j=1,2,\dots,\mu$). The elements of an equivalence class will be called equivalent or identical. In the same way, we consider an equivalent relation (ρ_2) defined on the set Y, which determines a partition of the set Y in m classes of equivalence, Y_i containing each l_i elements, namely $|Y_i| = l_i$ ($i=1,2,\dots,m$). In this way, the sets X and Y become multiple sets, namely sets where the elements may repeat. Using this terminology, we may say that the set X contains μ distinct elements, the j element repeating λ_j times ($j=1,2,\dots,\mu$). Likewise, for the set Y.

Now we are to consider a permutations group G of the set X that is the simple (or direct) product of the symmetrical groups of permutations for the equivalence classes elements from X [1], [2], [3].

This group is noted as: $G = S_{\lambda_1} \cdot S_{\lambda_2} \cdot \dots \cdot S_{\lambda_\mu}$ and it is defined the following way: for any $\alpha \in G$, $\alpha_j \in S_{\lambda_j}$, $x \in X_j$, we have:

$$\alpha(x) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_\mu)(x) = \alpha_j(x) \quad (4)$$

$$(j=1,2,\dots,\mu)$$

The definition is consistent. Due to the fact that G is a finite subset of S_n , in order that G may be a permutation group of the set X (a sub-group of the symmetric group S_n) it is sufficient for us to check that for any $\alpha, \alpha' \in G \Rightarrow \alpha\alpha' \in G$ (we noted $\alpha\alpha'$ the α and α' permutation composition). Let $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_\mu)$ and $\alpha' = (\alpha_1', \dots, \alpha_j', \dots, \alpha_\mu')$ be. For any $x \in X_j$, we get after the definition:

$$\alpha\alpha'(x) = \alpha(\alpha'(x)) = \alpha(\alpha_j'(x)) = \alpha_j(\alpha_j'(x)) = \alpha_j\alpha_j'(x)$$

We thus obtain:

$\alpha\alpha' = (\alpha_1\alpha_1', \alpha_2\alpha_2', \dots, \alpha_j\alpha_j', \dots, \alpha_\mu\alpha_\mu')$ and we can observe that $\alpha\alpha' \in G$.

Therefore G is a permutation group of the X set. We used the finite subgroups characterisation theorem [1],[2]. Thus, through this permutation group, any X element of the X set is changed into an element that belongs to the same equivalence class as X.

Analogously, we also consider the H permutation group of the Y set:

$$H = S_{l_1} \cdot S_{l_2} \cdot \dots \cdot S_{l_m}$$

For any $\beta \in H$, $\beta_i \in S_{l_i}$, $y \in Y_i$, we have:

$$\beta(y) = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i, \dots, \beta_m)(y) = \beta_i(y) \quad (5)$$

$$(i=1,2,\dots,m)$$

That is, through the permutation of this group, any y element of the Y set is changed into an element that belong to the same equivalence class as y.

There can be defined an equivalence relation (ρ) on the Y^x set, as follows: $f_1 \sim f_2$ if $\alpha \in G$ and $\beta \in H$ exist, so that $f_2 = \beta f_1 \alpha$. We demonstrate that the relation defined like this is an equivalence relation on the bijections set $f: X \rightarrow Y$, in ratio with the G and H permutation groups.

The relation is reflexive: $f \sim f$, because $f = \varepsilon_2 f \varepsilon_1$, where $\varepsilon_1 \in G$ and $\varepsilon_2 \in H$ are identical permutations from the two permutation groups. The relation is symmetrical: $f_1 \sim f_2 \Rightarrow f_2 \sim f_1$. It is true that $f_2 = \beta f_1 \alpha$ leads to $f_1 = \beta^{-1} f_2 \alpha^{-1}$, where $\alpha^{-1} \in G$ and $\beta^{-1} \in H$, fact that proves the assertion. The relation is transitive: $f_1 \sim f_2$ and $f_2 \sim f_3 \Rightarrow f_1 \sim f_3$. That is, from $f_2 = \beta f_1 \alpha$ and $f_3 = \beta' f_2 \alpha'$ it results

$f_3 = \beta' \beta f_1 \alpha \alpha' = \beta'' f_1 \alpha''$, where: $\beta' \beta = \beta'' \in H$ and $\alpha \alpha' = \alpha'' \in G$.

The relation (ρ) of equivalence determines a partition of the Y^x set into classes of equivalence. The number of these classes of equivalence is noted in the following way:

$$|Y^x / \rho| = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (6)$$

We notice that the setting forth of this problem is equivalent to the problem to define the discreet unbalanced load (DUL).

We take into consideration n elementary impedance (μ impedance classes, the j class containing λ_j identical impedances, as $\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n$) and m phases, the i phase receiving l_i elementary inserted impedances, with $\sum_{i=1}^m l_i = n$.

The n impedances are distributed in the m phases. The number of possible distribution is:

$$N = N(\text{DUL}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (7)$$

3. Conclusions

Therefore, the mathematical model for the discreet unbalanced load is the bijection between two multiple sets and the counting of the discreet unbalanced loads (DUL) is reduced to the bijections between two multiple sets counting [4].

We also note that the defined relation for the lack of balance on the discreet loads set is an equivalence relation and the classes with lack of balance are corresponding equivalence classes.

The author of this paper has elaborated four methods for the calculation of the N (DUL) number [3].

Bibliography

- [1] C. Năstăsescu, C. Niță, C. Vraciu – *Bazele algebrei*, vol. I, Editura Academiei, București, 1986.
- [2] D. Popescu, C. Vraciu – *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986.
- [3] V. M. Popa – *Aplicații și încercări experimentale privind comportarea circuitelor trifazate în regimuri nesimetrice*, Referat de doctorat nr. 2, Universitatea Tehnica Cluj - Napoca, Facultatea de Electrotehnică Cluj - Napoca, 1994.
- [4] V.M. Popa – *A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*, Acta Electrotehnica Napocensis, vol. 38, nr. 1, 1995.

Methods for Calculating the Number of Discreet Unbalanced Loads

Vasile Mircea Popa

Abstract: This paper presents a method for unbalanced discreet loads number calculation. Four methods are presented and the enumeration method is also detailed. The respective algorithm was programmed on the electronic computer.

Key words: m-phased loads, discreet unbalanced loads, methods for discreet unbalanced loads number calculation, enumeration method.

1. Introduction

The m- phased discreet unbalanced load of the $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$ type has been defined in some previous papers [2], [3].

We are considering an m-phased unbalanced load and the equivalent scheme in star connection. We assume that the phases are distinct between them (discernible). If the impedances from the m phases are made up (in a series) of elementary impedances (physical elements), we call the m-phased load discreet unbalanced load (DUL). [2]. We assume that we have n elementary impedances, namely μ classes of different elementary impedances, the j class containing λ_j identical impedances, thus:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n .$$

The m distinct phases of the load with a star connection, contain l_i elementary impedances each, with:

$$\sum_{i=1}^m l_i = n .$$

The scheme of such a discreet unbalanced load is given in fig 1.

We call such a discreet unbalanced load of the $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_\mu)$ type.

We are to imply next that the discreet unbalanced loads (DUL), which we are to consider, do belong to this type.

At the transfer of some elementary impedances from a phase to another we obtain different unbalances loads, which introduce different types of lack of balance into the network where they belong. Particularly, some of these loads can be balanced but they can be considered as limit cases of unbalanced loads [2]

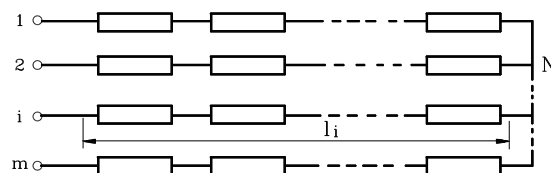


Figure 1.

A question that is raised immediately is determined by the number of possible unbalanced, in other words, the number of the discreet unbalanced load. The number of the discreet unbalanced loads, which may exist, is finite and we note it:

$$N = N(DUL) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)}$$

The author of this paper has elaborated four methods for the N (DUL) number calculation. These are:

1. The enumeration method
2. The Newton type polynomials method
3. The recurrence method
4. The order reducing method.

The Newton type polynomials method has been set forth in the [3] paper. Now we are going to present the enumeration method.

2. The enumeration method

This method is based on the observation that the N number is equal to the solutions number of the system:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m x_{ji} = \lambda_j; j=1,2,\dots,\mu \\ \sum_{j=1}^{\mu} x_{ji} = l_i; i=1,2,\dots,m \end{cases} \quad (1)$$

Where $\lambda_j, l_i > 0$; $x_{ji} \geq 0$ are natural numbers.

This system has μm unknowns and $\mu + m - 1$ independent equations (because of the conditions $\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = \sum_{i=1}^m l_i = n$).

Therefore, the non-determination degree of system is:

$$\mu m - (\mu + m - 1) = (\mu - 1)(m - 1) \quad (2)$$

We notice that the N number also represents the matrices number with μ rows and m columns, containing natural numbers, where the sum of the rows, respectively of the columns, are imposed:

n	l_1	l_2	...	l_m
λ_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1m}
λ_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2m}
.
.
.
λ_{μ}	$x_{\mu 1}$	$x_{\mu 2}$...	$x_{\mu m}$

(3)

The enumeration method “manually” applied, consist of the effective construction of the matrices of the type (3) and their counting. It is obvious that for n capital, this variant is totally unpractical. Based on the enumeration method, we made up a computer program (called the RDD program) which systematically generates matrices of the (3) type and finally it gives the number of these matrices. The problem is reduced to the determination of the reduced matrices with $\mu-1$ and $m-1$ dimensions, where the x_{ji} variables take natural values between 0 and a maximum value and their sum is higher than or equal to the $n - l_1 - \lambda_1$.

We may write:

$$0 \leq x_{ji} \leq \min(\lambda_j - x_{j2} - \dots - x_{j,i-1}; l_i - x_{2i} - \dots - x_{j-1,i}) \quad (4)$$

$$S = \sum_{j=2}^{\mu} \sum_{i=2}^m x_{ji} \geq n - l_1 - \lambda_1 \quad (5)$$

referring to the matrix:

$$M = \begin{bmatrix} x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2i} & \dots & x_{2m} \\ x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3i} & \dots & x_{3m} \\ \dots & & & & & \\ x_{j2} & x_{j3} & \dots & x_{ji} & \dots & x_{jm} \\ \dots & & & & & \\ x_{\mu 2} & x_{\mu 3} & \dots & x_{\mu j} & \dots & x_{\mu m} \end{bmatrix} \quad (6)$$

The number of the reduced matrices of the (6) type coincides with the (3) matrices number and it is exactly N (DUL)

A numeric example obtained:

$$G_{30(10,10,10)}^{30(10,10,10)} = 2211 \quad (7)$$

Bibliography:

- [1] V. M. Popa – *On a question linear programming*, Acta Universitatis Cibiniensis, vol. X (1), Sibiu, 1993.
- [2] V. M. Popa - *Aplicații și încercări experimentale privind comportarea circuitelor trifazate în regimuri nesimetrice*, Referat de doctorat nr. 2, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică Cluj-Napoca, 1994.
- [3] V. M. Popa – *A Mathematical Model for Polyplastic Loads Unbalanced Classes Analysis*, Acta Electrotehnica Napocensis, vol. 38, nr. 1, 1995.

The Recurrence Method for Calculating the Unbalanced Classes Number of m-Phased Loads

Vasile Mircea Popa

Abstract: This work shows a recurrence method for m-phased loads unbalanced classes number calculation. The numbers N(DUL) can be determined recursively, using recurrence relations. At the end of the paper a numerical computational example is presented.

Key words: m-phased loads, discreet unbalanced loads, recurrence method.

1. Introduction

In some previous papers[3], [4] it was defined the m-phased load of the $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$ type.

We are considering an m-phased unbalanced load and the equivalent scheme in star connection. We assume that the phases are distinct between them (discernible). If the impedances from the m phases are made up (in a series) of elementary impedances (physical elements), we call the m-phased load discreet unbalanced load (DUL). [2]. We assume that we have n elementary impedances, namely μ classes of different elementary impedances, the j class containing λ_j identical impedances, thus:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n. \tag{1}$$

The m distinct phases of the load with a star connection, contain l_i elementary impedances each, with:

$$\sum_{i=1}^m l_i = n. \tag{2}$$

The scheme of such a discreet unbalanced load is given in fig 1.

We call such a discreet unbalanced load of the $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$ type.

We are to imply next that the discreet unbalanced loads

(DUL), which we are to consider, do belong to this type.

At the transfer of some elementary impedances from a phase to another we obtain different unbalances loads, which introduce different types of lack of balance into the network where they belong.

Particularly, some of these loads can be balanced but they can be considered as limit cases of unbalanced loads [2]



Figure 1.

A question that is raised immediately is determined by the number of possible unbalanced, in other words, the number of the discreet unbalanced load. The number of the discreet unbalanced loads, which may exist, is finite and we note it:

$$N = N(\text{DUL}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)}. \tag{3}$$

This paper shows the recurrence method for the discreet unbalanced loads for the N (DUL) number calculation.

2. The recurrence method

The number of the unbalanced classes for the discreet unbalanced loads can be determined with the aid of some N (DUL) numbers with lesser order.

The recurrence relations are easily deduced starting from the definition of the number N (DUL). By the decreasing order of the superior and inferior indices and the using of the symmetrical properties it was determined that:

$$\lambda_{\mu} = \min(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu}) \quad (4)$$

a) if $\lambda_{\mu}=1$, it results:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})} = \sum_R G_{n-1(l_1, l_2, \dots, l_i-1, \dots, l_m)}^{n-1(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (5)$$

where R is the equation solutions set:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1 \quad (6)$$

in natural numbers, with $0 \leq x_i \leq 1$, ($i=1, 2, \dots, m$).

The solutions number of this equation is:

$$|R| = c_m^1 = m \text{ (combinations with repetition)}. \quad (7)$$

b) if $\lambda_{\mu}=2$, it results:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})} = \sum_R G_{n-2(l_1, l_2, \dots, l_i-2, \dots, l_m)}^{n-2(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (8)$$

where R is the equation solutions set:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 2 \quad (9)$$

in natural numbers, with $0 \leq x_i \leq 2$, ($i=1, 2, \dots, m$).

The solutions number of this equation is:

$$|R| = c_m^2 = \frac{m(m+1)}{2}. \quad (10)$$

c) if $\lambda_{\mu}=3$ it results:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})} = \sum_R G_{n-3(l_1, l_2, \dots, l_i-3, \dots, l_m)}^{n-3(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (11)$$

where R is the equation solutions set:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 3 \quad (12)$$

in natural numbers, with $0 \leq x_i \leq 3$, ($i=1, 2, \dots, m$).

The number of solutions for this equation is:

$$|R| = c_m^3 = \frac{m(m+1)(m+2)}{6}. \quad (13)$$

The list of these recurrence relations may continue, but their application becomes more and more difficult, because of the increasing of $|R|$.

Very simple and advantageously is the applying of the first two recurrence relation, that is for:

$$\lambda_{\mu}=1, \text{ and } \lambda_{\mu}=2$$

We illustrate the method giving an example.

Calculate the number: $N = G_{10(3, 3, 2, 2)}^{10(4, 3, 2, 1)}$.

Applying the relation (2), we obtain:

$$\begin{aligned} N &= G_{9(2, 3, 2, 2)}^{9(4, 3, 2)} + G_{9(3, 2, 2, 2)}^{9(4, 3, 2)} + G_{9(3, 3, 1, 2)}^{9(4, 3, 2)} + G_{9(3, 3, 2, 1)}^{9(4, 3, 2)} = \\ &= 2 \cdot G_{9(3, 2, 2, 2)}^{9(4, 3, 2)} + 2 \cdot G_{9(3, 3, 2, 1)}^{9(4, 3, 2)} = 2 \cdot 109 + 2 \cdot 87 = 392 \end{aligned}$$

It is obvious that the applying of the recurrence relation for N (DUL) it is assumed the knowledge of the value for this type of inferior order numbers ($n-1, n-2, \dots$).

Bibliography:

- [1] D. Popescu, C. Vraciu – *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986.
- [2] V. M. Popa – *On a question of linear programming*, Acta Universitatis Cibiniensis, vol.X (1), Sibiu, 1993.
- [3] V. M. Popa – *Aplicații și încercări experimentale privind comportarea circuitelor trifazate în regimuri nesimetrice*, Referat de doctorat nr. 2, Universitatea Tehnică Cluj- Napoca, Facultatea de Electrotehnică Cluj – Napoca, 1994.
- [4] V. M. Popa- *A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*, Acta Electrotehnica Napocensis, vol. 38, nr. 1, 1995.

The Order Reducing Method for Determining the Number of Discreet Unbalanced Loads

Vasile Mircea POPA

Abstract: The paper proposes a new method for calculating the number of equivalence classes for discreet unbalanced loads, the order reducing method. The determination of this number is a combinatorial problem of distributing n impedances (μ classes of impedances where the class j contains λ_j equivalent impedances) in m phases of capacity

l_i . The discreet unbalanced load is defined in this paper. The paper proposes an algebraic characterization for unbalanced discreet loads. The algebraic model is the bijection between two finite multiple sets. The number of unbalanced discreet loads is the number of equivalence classes for equivalence relation defined onto bijection set. This paper presents a method for unbalanced discreet loads number calculation. Four methods are presented and the order reducing method is detailed. The enumeration method algorithm was programmed on the electronic computer. In the paper numerical computational examples are given. At the end of the paper the conclusions and references are presented.

Key words: m -phased load, discreet unbalanced load, mathematical model for the discreet unbalanced load, methods for the discreet unbalanced loads calculation, order reducing method.

1. Introduction

We are considering an m -phased unbalanced load and the equivalent scheme in star connection (fig. 1, fig. 2).

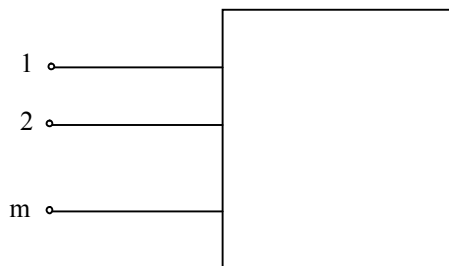


Figure 1 – A polyphasic unbalanced load

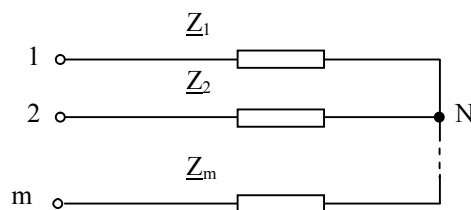


Figure 2 – Equivalent scheme in star connection

We assume that the phases are distinct between them (discernible). If the impedances from the m phases are made up (in a series) of elementary impedances (physical elements), we call the m -phased load discreet unbalanced load (DUL). [4], [5], [9]. We assume that we have n elementary impedances, namely μ classes of different elementary impedances, the j class containing λ_j identical impedances, thus:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n \quad (1)$$

The m distinct phases of the load with a star connection, contain l_i elementary impedances each, with:

$$\sum_{i=1}^m l_i = n \quad (2)$$

The scheme of such a discreet unbalanced load is given in fig. 3.

We call such a discreet unbalanced load of the $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})$ type.

We are to imply next that the discreet unbalanced

loads (DUL), which we are to consider, do belong to this type.

At the transfer of some elementary impedances from a phase to another we obtain different unbalanced loads, which introduce different types of lack of balance into the network where they belong.

Particularly, some of these loads can be balanced but they can be considered as limit cases of unbalanced loads [5]

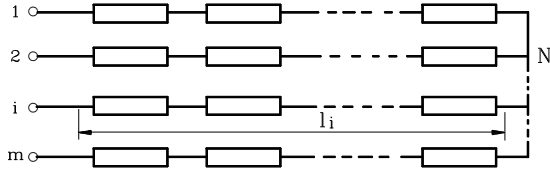


Figure 3 – Discret unbalanced load

A question that is raised immediately is determined by the number of possible unbalanced, in other words, the number of the discret unbalanced load. The number of the discret unbalanced loads, which may exist, is finite and we note it:

$$N = N(\text{DUL}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (3)$$

By the $N = N(\text{DUL})$ number calculation we use methods from the discret mathematics, to be more exactly, from the combinatorics. [5], [2], [17], [18].

2. The mathematical model for DUL [6]

The mathematical model for the discret unbalanced load is the bijection between two multiple sets [4],[5]. We take into consideration two finite sets X and Y , having the same number of elements: $|X|=|Y|=n$, as well as the set of bijections $f: X \rightarrow Y$ that we note as Y^X . Let us assume an equivalence relation (ρ_1) defined on the set X , which determines a partition of the set X , where μ equivalence classes X_j containing each λ_j elements, that is $|X_j| = \lambda_j$, $(j=1, 2, \dots, \mu)$. The elements of an equivalence class will be called equivalent or identical. In the same way, we consider an equivalent relation (ρ_2) defined on the set Y , which determines a partition of the set Y in m classes of equivalence, Y_i containing each l_i elements, namely $|Y_i| = l_i$ $(i=1, 2, \dots, m)$. In this way, the sets X and Y become multiple sets, namely sets where the elements may repeat. Using this terminology, we may say that the set X contains μ distinct elements, the j element repeating λ_j times $(j=1, 2, \dots, \mu)$. Likewise, for the set Y .

Now we are to consider a permutations group G of the set X that is the simple (or direct) product of the symmetrical groups of permutations for the equivalence classes elements from X [5], [2], [17], [18].

This group is noted as: $G = S_{\lambda_1} \times S_{\lambda_2} \times \dots \times S_{\lambda_\mu}$ and it is defined the following way: for any $\alpha \in G$, $\alpha_j \in S_{\lambda_j}$,

$x \in X_j$, we have:

$$\alpha(x) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_\mu)(x) = \alpha_j(x) \quad (4)$$

$$(j=1, 2, \dots, \mu)$$

The definition is consistent. Due to the fact that G is a finite subset of S_n , in order that G may be a permutation group of the set X (a sub-group of the symmetric group S_n) it is sufficient for us to check that for any $\alpha, \alpha' \in G \Rightarrow \alpha\alpha' \in G$ (we noted $\alpha\alpha'$ the α and α' permutation composition). Let $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_\mu)$ and $\alpha' = (\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_j, \dots, \alpha'_\mu)$ be. For any $x \in X_j$, we get after the definition:

$$\alpha\alpha'(x) = \alpha(\alpha'(x)) = \alpha(\alpha_j'(x)) = \alpha_j(\alpha_j'(x)) = \alpha_j\alpha_j'(x)$$

We thus obtain:

$$\alpha\alpha' = (\alpha_1\alpha'_1, \alpha_2\alpha'_2, \dots, \alpha_j\alpha'_j, \dots, \alpha_\mu\alpha'_\mu) \text{ and we can}$$

observe that $\alpha\alpha' \in G$.

Therefore G is a permutation group of the X set. We used the finite subgroups characterisation theorem [2],[17],[18]. Thus, through this permutation group, any X element of the X set is changed into an element that belongs to the same equivalence class as X .

Analogously, we also consider the H permutation group of the Y set:

$$H = S_{l_1} \times S_{l_2} \times \dots \times S_{l_m}$$

For any $\beta \in H$, $\beta_i \in S_{l_i}$, $y \in Y_i$, we have:

$$\beta(y) = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i, \dots, \beta_m)(y) = \beta_i(y) \quad (5)$$

$$(i=1, 2, \dots, m)$$

That is, through the permutation of this group, any y element of the Y set is changed into an element that belong to the same equivalence class as y .

There can be defined an equivalence relation (ρ) on the Y^X set, as follows: $f_1 \sim f_2$ if $\alpha \in G$ and $\beta \in H$ exist, so that $f_2 = \beta f_1 \alpha$. We demonstrate that the relation defined like this is an equivalence relation on the bijections set $f: X \rightarrow Y$, in ratio with the G and H permutation groups.

The relation is reflexive: $f \sim f$, because $f = \varepsilon_2 f \varepsilon_1$, where $\varepsilon_1 \in G$ and $\varepsilon_2 \in H$ are identical permutations from the two permutation groups. The relation is symmetrical: $f_1 \sim f_2 \Rightarrow f_2 \sim f_1$. It is true that $f_2 = \beta f_1 \alpha$ leads to $f_1 = \beta^{-1} f_2 \alpha^{-1}$, where $\alpha^{-1} \in G$ and $\beta^{-1} \in H$, fact that proves the assertion. The relation is transitive: $f_1 \sim f_2$ and $f_2 \sim f_3 \Rightarrow f_1 \sim f_3$. That is, from $f_2 = \beta f_1 \alpha$ and $f_3 = \beta' f_2 \alpha'$ it results $f_3 = \beta' \beta f_1 \alpha \alpha' = \beta'' f_1 \alpha''$, where: $\beta' \beta = \beta'' \in H$ and $\alpha' \alpha = \alpha'' \in G$.

The relation (ρ) of equivalence determines a partition of the Y^X set into classes of equivalence. The number of these classes of equivalence is noted in the following way:

$$|Y^X / \rho| = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (6)$$

We notice that the setting forth of this problem is equivalent to the problem to define the discret unbalanced load (DUL). We take into consideration n

elementary impedance (μ impedance classes, the j class containing λ_j identical impedances, as $\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n$) and m phases, the i phase receiving l_i elementary inserted impedances, with $\sum_{i=1}^m l_i = n$.

The n impedances are distributed in the m phases. The number of possible distribution is:

$$N = N(\text{DUL}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (7)$$

3. Methods for the N(DUL) number calculation

The author of this paper has elaborated four methods for the N (DUL) number calculation. These are:

1. The enumeration method
2. The Newton type polynomials method
3. The recurrence method
4. The order reducing method.

3.1. The enumeration method [7]

The enumeration method is based on the observation that the N number is equal to the solutions number of the system:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m x_{ji} = \lambda_j; & j=1, 2, \dots, \mu \\ \sum_{j=1}^{\mu} x_{ji} = l_i; & i=1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (8)$$

where $\lambda_j, l_i > 0$; $x_{ji} \geq 0$ are natural numbers.

This system has μm unknowns and $\mu + m - 1$ independent equations (because of the conditions

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = \sum_{i=1}^m l_i = n)$$

Therefore, the non-determination degree of system is:

$$\mu m - (\mu + m - 1) = (\mu - 1)(m - 1) \quad (9)$$

We notice that the N number also represents the matrices number with μ rows and m columns, containing natural numbers, where the sum of the rows, respectively of the columns, are imposed:

n	l_1	l_2	\dots	l_m
λ_1	x_{11}	x_{12}	\dots	x_{1m}
λ_2	x_{21}	x_{22}	\dots	x_{2m}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
λ_μ	$x_{\mu 1}$	$x_{\mu 2}$	\dots	$x_{\mu m}$

(10)

The enumeration method “manually” applied consists of the effective construction of the matrices of the type (10) and their counting. It is obvious that for n capital, this variant is totally unpractical. Based on the enumeration method, we made up a computer program (called the DUL program) which systematically

generates matrices of the (10) type and finally it gives the number of these matrices. The problem is reduced to the determination of the reduced matrices with $\mu - 1$ and $m - 1$ dimensions, where the x_{ji} variables take natural values between 0 and a maximum value and their sum is higher than or equal to the $n - l_1 - \lambda_1$.

We may write:

$$0 \leq x_{ji} \leq \min(\lambda_j - x_{j2} - x_{j3} - \dots - x_{j,i-1}; l_i - x_{2i} - x_{3i} - \dots - x_{j-1,i}) \quad (11)$$

$$S = \sum_{j=2}^{\mu} \sum_{i=2}^m x_{ji} \geq n - l_1 - \lambda_1 \quad (12)$$

referring to the matrix:

$$M = \begin{bmatrix} x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2i} & \dots & x_{2m} \\ x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3i} & \dots & x_{3m} \\ \vdots & & & & & \\ x_{j2} & x_{j3} & \dots & x_{ji} & \dots & x_{jm} \\ \vdots & & & & & \\ x_{\mu 2} & x_{\mu 3} & \dots & x_{\mu i} & \dots & x_{\mu m} \end{bmatrix} \quad (13)$$

The number of the reduced matrices of the (13) type coincides with the (10) matrices number and it is exactly $N(\text{DUL})$

A numeric example obtained:

$$G_{30(10,10,10)}^{30(10,10,10)} = 2211 \quad (14)$$

3.2. The Newton type polynomials method [4]

I propose the following algorithm [4], the Newton type polynomials method.

a) We solve the polynomial:

$$P = P_{\lambda_1} P_{\lambda_2} \dots P_{\lambda_\mu} \quad (15)$$

where: $P_{\lambda_j} = P_{\lambda_j}(x_1, x_2, \dots, x_{\lambda_j})$ is a Newton type polynomial of degree λ_j in λ_j variables [1].

$$P = P(x_1, x_2, \dots, x_\lambda) \quad (16)$$

will have a:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n$$

degree and λ variables, where:

$$\lambda = \max(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu).$$

b) We replace in P :

$$x_1 = y_1 + y_2 + \dots + y_m$$

$$x_2 = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_m^2$$

$$\vdots$$

$$x_\lambda = y_1^\lambda + y_2^\lambda + \dots + y_m^\lambda$$

c) With the help of the multinomial theorem we calculate the coefficient of the single term $y_1^{l_1} y_2^{l_2} \dots y_m^{l_m}$ of the expansion of P , which will be the number we are looking for.

The general polynomial of Newton type has the form:

$$P_n = \sum_{\substack{k_1+2k_2+\dots+nk_n=n \\ k_1, k_2, \dots, k_n \geq 0}} \frac{x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}}{1^{k_1} k_1! 2^{k_2} k_2! \dots n^{k_n} k_n!} \quad (17)$$

Applying the above mentioned general formula we can easily obtain the first Newton type polynomials:

$$P_1 = x_1$$

$$P_2 = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2)$$

$$P_3 = \frac{1}{6}(x_1^3 + 3x_1x_2 + 2x_3)$$

$$P_4 = \frac{1}{24}(x_1^4 + 6x_1^2x_2 + 8x_1x_3 + 3x_2^2 + 6x_4)$$

The algorithm that we displayed before coincides with the Pólya – de Bruijn enumeration method used in our problem case [2].

3.3. The recurrence method [8]

The number of the unbalanced classes for the discreet unbalanced loads can be determined with the aid of some N (DUL) numbers with lesser order.

The recurrence relations are easily deduced starting from the definition of the number N (DUL). By the decreasing order of the superior and inferior indices and the using of the symmetrical properties it was determined that:

$$\lambda_\mu = \min(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu). \quad (18)$$

If $\lambda_\mu = 1$, it results:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = \sum_R G_{n-1(l_1, l_2, \dots, l_1-1, \dots, l_m)}^{n-1(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (19)$$

where R is the equation solutions set:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1 \quad (20)$$

in natural numbers, with $0 \leq x_i \leq 1$, ($i = 1, 2, \dots, m$).

The solutions number of this equation is:

$$|R| = c_m^1 = m \text{ (combinations with repetition)}. \quad (21)$$

If $\lambda_\mu = 2$, it results:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = \sum_R G_{n-2(l_1, l_2, \dots, l_1-2, \dots, l_m)}^{n-2(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (22)$$

where R is the equation solutions set:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 2 \quad (23)$$

in natural number, with $0 \leq x_i \leq 2$, ($i = 1, 2, \dots, m$).

The solutions number of this equation is:

$$|R| = c_m^2 = \frac{m(m+1)}{2}. \quad (24)$$

If $\lambda_\mu = 3$ it results:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = \sum_R G_{n-3(l_1, l_2, \dots, l_1-3, \dots, l_m)}^{n-3(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (25)$$

where R is the equation solutions set:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 3 \quad (26)$$

in natural numbers, with $0 \leq x_i \leq 3$, ($i = 1, 2, \dots, m$).

The number of solutions for this equation is:

$$|R| = c_m^3 = \frac{m(m+1)(m+2)}{6}. \quad (27)$$

The list of these recurrence relations may continue, but their application becomes more and more difficult, because of the increasing of $|R|$.

Very simple and advantageously is the applying of the

first two recurrence relation, that is for:

$$\lambda_\mu = 1, \text{ and } \lambda_\mu = 2.$$

We illustrate the method giving an example.

Calculate the number: $N = G_{10(3,3,2,2)}^{10(4,3,2,1)}$.

Applying the relation (2), we obtain:

$$\begin{aligned} N &= G_{9(2,3,2,2)}^{9(4,3,2)} + G_{9(3,2,2,2)}^{9(4,3,2)} + G_{9(3,3,1,2)}^{9(4,3,2)} + G_{9(3,3,2,1)}^{9(4,3,2)} = \\ &= 2 \cdot G_{9(3,2,2,2)}^{9(4,3,2)} + 2 \cdot G_{9(3,3,2,1)}^{9(4,3,2)} = 2 \cdot 109 + 2 \cdot 87 = 392 \end{aligned}$$

It is obvious that the applying of the recurrence relation for N (DUL) it is assumed the knowledge of the value for this type of inferior order numbers ($n-1$, $n-2$, ...).

4. The order reducing method

We consider the general symbol:

$$N = N(\text{DUL}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (28)$$

If $l_1 + \lambda_1 > n$ we may affirm that:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_{2n-1-\lambda_1(n-l_1, l_2, \dots, l_m)}^{2n-1-\lambda_1(n-l_1, l_2, \dots, l_m)} \quad (29)$$

and the order is reduced.

Let's consider the matrix:

n	l_1	l_2	\dots	l_m
λ_1	x_{11}	x_{12}	\dots	x_{1m}
λ_2	x_{21}	x_{22}	\dots	x_{2m}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
λ_μ	$x_{\mu 1}$	$x_{\mu 2}$	\dots	$x_{\mu m}$

By separating the first row and the first column, we obtain the reduced matrix, of dimensions $(\mu - 1)(m - 1)$.

Let N_v be the number of cases in which the reduced matrix has the value v .

Let the symbols:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_n \quad (31)$$

$$G_{n-1(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n-1(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_{n-1} \quad (32)$$

$$G_{n-2(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n-2(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_{n-2} \quad (33)$$

$$G_{n-3(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n-3(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_{n-3} \quad (34)$$

We may affirm that:

a) if $l_1 + \lambda_1 = n$

$$G_n = G_{n-1} + N_0 \quad (35)$$

$$G_n = G_{n-2} + N_0 + N_1 \quad (36)$$

$$G_n = G_{n-3} + N_0 + N_1 + N_2 \quad (37)$$

b) if $l_1 + \lambda_1 = n - 1$

$$G_n = G_{n-1} + N_1 \quad (38)$$

$$G_n = G_{n-2} + N_1 + N_2 \quad (39)$$

c) if $l_1 + \lambda_1 = n - 2$

$$G_n = G_{n-1} + N_2 \quad (40)$$

We will now calculate the numbers $N_v, (v = 0, 1, 2)$.

In the general symbol:

$$N = N(\text{DUL}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (41)$$

we apply the symmetry property, so that $l_1 \geq \lambda_1$. The inferior and superior indexes are in decreasing order:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_\mu \quad (42)$$

$$l_1 \geq l_2 \geq \dots \geq l_m \quad (43)$$

In the set of numbers $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu$, we make the following notations:

α_1 - the number of digits 1

α_2 - the number of digits 2

⋮

$\alpha_{\mu-1}$ - the number of digits $\mu - 1$

α_μ - the number of digits v or greater then μ .

We may affirm that:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_v = \mu - 1 \quad (44)$$

We obtain the expressions:

$$N_0 = 1 \quad (45)$$

$$N_1 = (\mu - 1)(\mu - 1) \quad (46)$$

$$N_2 = \alpha_2 G_{n-1(l_2, \dots, l_m)}^{n-1(2, n-1-2)} + \frac{(\mu - 1)(\mu - 2)}{2} G_{n-1(l_2, \dots, l_m)}^{n-1(1, 1, n-1-2)} \quad (47)$$

The order reducing method consists of applying the relations: (29), (35), ..., (40) and (45), (46), (47).

Similar to the recurrence method, the order reducing method for the $N(\text{DUL})$ number calculation assumes knowing the value of several such numbers of inferior orders.

5. Numerical results obtained

In the following tables are given the numbers $N(\text{DUL})$ for $n=1, 2, 3, 4, 5, 6$ and 7.

Table 1 (n=1)

1	(1)
(1)	1

Table 2 (n=2)

2	(2)	(1,1)
(2)	1	1
(1,1)	1	2

Table 3 (n=3)

3	(3)	(2,1)	(1,1,1)
(3)	1	1	1
(2,1)	1	2	3
(1,1,1)	1	3	6

Table 4 (n=4)

4	(4)	(3,1)	(2,2)	(2,1,1)	(1,1,1,1)
(4)	1	1	1	1	1
(3,1)	1	2	2	3	4
(2,2)	1	2	3	4	6
(2,1,1)	1	3	4	7	12
(1,1,1,1)	1	4	6	12	24

Table 5 (n=5)

5	(5)	(4,1)	(3,2)	(3,1,1)	(2,2,1)	(2,1,1,1)	(1,1,1,1,1)
(5)	1	1	1	1	1	1	1
(4,1)	1	2	2	3	3	4	5
(3,2)	1	2	3	4	5	7	10
(3,1,1)	1	3	4	7	8	13	20
(2,2,1)	1	3	5	8	11	18	30
(2,1,1,1)	1	4	7	13	18	33	60
(1,1,1,1,1)	1	5	10	20	30	60	120

Table 6 (n=6)

6	(6)	(5,1)	(4,2)	(3,3)	(4,1,1)	(3,2,1)	(2,2,2)	(3,1,1,1)	(2,2,1,1)	(2,1,1,1,1)	(1,1,1,1,1,1)
(6)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
(5,1)	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	6
(4,2)	1	2	3	3	4	5	6	7	8	11	15
(3,3)	1	2	3	4	4	6	7	8	10	14	20
(4,1,1)	1	3	4	4	7	8	9	13	14	21	30
(3,2,1)	1	3	5	6	8	12	15	19	24	38	60
(2,2,2)	1	3	6	7	9	15	21	24	33	54	90
(3,1,1,1)	1	4	7	8	13	19	24	34	42	72	120
(2,2,1,1)	1	4	8	10	14	24	33	42	58	102	180
(2,1,1,1,1)	1	5	11	14	21	38	54	72	102	192	360
(1,1,1,1,1,1)	1	6	15	20	30	60	90	120	180	360	720

Table 7 (n=7; partial)

7	(7)	(6,1)	(5,2)	(4,3)	(5,1,1)	(4,2,1)	(3,3,1)	(3,2,2)	(4,1,1,1)
(7)	1	1	1	1	1	1	1	1	1
(6,1)	1	2	2	2	3	3	3	3	4
(5,2)	1	2	3	3	4	5	5	6	7
(4,3)	1	2	3	4	4	6	7	8	8
(5,1,1)	1	3	4	4	7	8	8	9	13
(4,2,1)	1	3	5	6	8	12	13	16	19
(3,3,1)	1	3	5	7	8	13	16	19	20

6. Conclusions

Therefore, the mathematical model for the discreet unbalanced load is the bijection between two multiple sets and the counting of the discreet unbalanced loads (DUL) is reduced to the bijections between two multiple sets counting [4], [5].

We also note that the defined relation for the lack of balance on the discreet loads set is an equivalence relation and the classes with lack of balance are corresponding equivalence classes.

The author of this paper has elaborated four methods for the calculation of the N (DUL) number [4], [5].

This paper presents a mathematical model for polyphasic loads unbalances classes analysis. The number N represents also the number of solutions for the system of equations:

$$\sum_{i=1}^m x_{ji} = \lambda_j; \quad \sum_{j=1}^{\mu} x_{ji} = l_i; \quad \lambda_j, l_i > 0; \quad x_{ji} \geq 0$$

The numbers x_{ji} are natural numbers and the numbers λ_j, l_i are strictly positive natural numbers. The system has μm unknowns (because of the equilibrium conditions).

As an application we urge the reader to check up by calculation the equalities:

$$G_{8(2,2,1,1,1)}^{8(2,2,2,1,1)} = 1548$$

$$G_{8(2,2,1,1,1,1)}^{9(3,2,2,1,1)} = 4900$$

and to formulate the according problems complying with the count of solutions both for the before system and for the matrices (10).

References:

- [1] D. E. Knuth – “*The Art of Computer Programming*”, vol.1, Fundamentals Algorithms, Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1973
- [2] I. Tomescu – “*Introduction to Combinatorics*”, Collet’s (Publishers) Limited, London and Wellingborough, England, 1975
- [3] V. M. Popa – “*On a Question of Linear Programming*”, Acta Universitatis Cibiniensis, vol.X, Sibiu, Romania, 1993
- [4] V. M. Popa – “*A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*”, Acta Electrotehnica Napocensis, vol.36, nr. 1, pg. 91-92, 1995
- [5] V. M. Popa – “*Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*”, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, Cluj-Napoca, 1999
- [6] V. M. Popa – “*The Algebraic Characterization of the Discreet Unbalanced Loads*”, Acta Universitatis Cibiniensis, vol.XXXII, Technical Series, A. Electrical Engineering and Electronics, pg. 33-34, Sibiu, 1999
- [7] V. M. Popa – “*Methods for the Discreet Unbalanced Load Number Calculation*”, Acta Universitatis Cibiniensis, vol.XXXII, Technical Series, A. Electrical Engineering and Electronics, pg. 31-32, Sibiu, 1999
- [8] V. M. Popa – “*The Recurrence Method for m-Phased Loads Unbalanced Classes Number Calculation*”, Acta Universitatis Cibiniensis, vol.XXXII, Technical Series, A. Electrical Engineering and Electronics, pg. 29-30, Sibiu, 1999
- [9] V. M. Popa – “*Aplicații și încercări experimentale privind comportarea circuitelor trifazate în regimuri nesimetrice*”, Referat de doctorat nr.2, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, Cluj-Napoca, 1994
- [10] V. M. Popa – “*On a Classification of the Three-Phase Loads*”, Acta Universitatis Cibiniensis, vol.XIV (2), pg. 87-90, Sibiu, 1995
- [11] V. M. Popa – “*A New Approach to be Characterized the Unbalanced Three-Phase Loads*”, Acta Universitatis Cibiniensis, vol. XIV (2), pg. 91-93, Sibiu, 1995
- [12] V. M. Popa – “*On an Analysis for the Unbalanced Loads*”, Acta Electrotehnica Napocensis, vol.36, nr.1, pg. 93-94, Cluj-Napoca, 1995
- [13] V. M. Popa – “*Using Generalized Impedances in the study of a Real Unbalanced Load*”, Proceedings of the 2nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits – CADEMEC 99, Cluj-Napoca, 7-9 September 1999, volume, pg. 91-94
- [14] V. M. Popa – “*A Synthesis Regarding the Study of the Real Unbalanced Load*”, Universitatea “Politehnica” din Timișoara, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicula 2, ISSN 1454-6531, pag. 9-12, Hunedoara, 2000
- [15] V. M. Popa – “*The Study of the Real Unbalanced Load for Extreme Functioning Situations*”, Universitatea “Politehnica” din Timișoara, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicula 2, ISSN 1454-6531, pag. 13-16, Hunedoara, 2000
- [16] E. Simion, E. Man, R. V. Ciupa, P. Roșca, V. Neamțu, V. M. Popa – “*Teoria circuitelor electrice*”, Editura Universității Tehnice Cluj-Napoca, 1996
- [17] C. Năstăsescu, C. Niță, C. Vraciu – “*Bazele algebrei*”, vol. I, Editura Academiei, București, 1986
- [18] D. Popescu, C. Vraciu – “*Elemente de teoria grupurilor finite*”, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986
- [19] E. Pavel – “*Considerații privind receptoarele electrice trifazate dezechilibrate*”, ENERGA, vol.VII, pag. 194-220, Editura Tehnică, București, 1989
- [20] E. Pavel – “*Noi aspecte ale teoriei receptoarelor trifazate statice dezechilibrate*”, Energetica, vol.37, nr.11, noiembrie 1989, pag. 481-492

Model matematic al receptorului dezechilibrat discret

Vasile Mircea Popa

Abstract

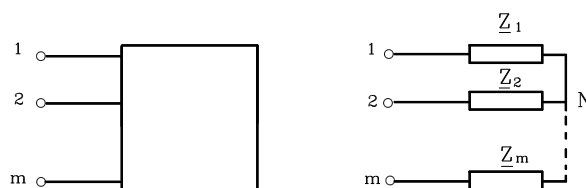
Mathematical model for the discrete unbalanced load.

This paper presents a mathematical model for a discrete unbalanced load. We are considering an m -phased unbalanced load and the equivalent scheme in star connection. We assume that the phases are distinct between them (discernable). If the impedances from the m phases are made up (in a series) of elementary impedances (physical elements), we call the m -phased load discrete unbalanced load (DUL) [1], [3], [4]. We assume that we have n elementary impedances, namely μ classes of different elementary impedances, the j class containing λ_j identical impedances, thus: $\sum \lambda_j = n$. The m distinct phases of the load with a star connection contain l_i elementary impedances each, with: $\sum l_i = n$.

1. Introducere

Considerăm un receptor dezechilibrat m -fazat și schema echivalentă în conexiunea stea (fig. 1).

În fazele receptorului se găsesc impedanțele complexe $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_m$ și considerăm fazele



distincte (discernabile).

Fig. 1 Receptor dezechilibrat m -fazat și schema echivalentă în stea

Dacă aceste impedanțe sunt formate (prin înscriere) din impedanțe elementare (elemente fizice), vom numi receptorul m-fazat receptor dezechilibrat discret (RDD) [1], [2], [3], [4].

Presupunem că avem n impedanțe elementare, anume μ clase de impedanțe elementare diferite, clasa j conținând λ_j impedanțe identice, deci:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n. \quad (1)$$

Cele m faze distincte ale receptorului legat în stea conțin câte l_i impedanțe elementare, cu:

$$\sum_{i=1}^m l_i = n. \quad (2)$$

Schema unui astfel de receptor dezechilibrat discret este dată în figura 2.

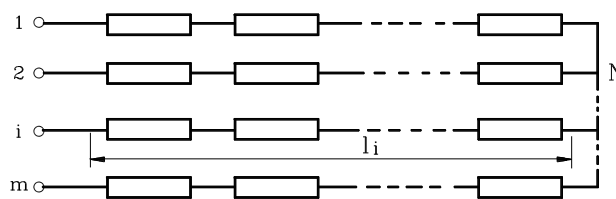


Fig. 2 Schema unui receptor dezechilibrat discret (RDD)

Un astfel de receptor dezechilibrat discret îl vom numi de tipul $n(n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu))$. În cele ce urmează vom subînțelege că receptorii dezechilibrați discreți (RDD) pe care îi vom considera sunt de acest tip.

La transferul unor impedanțe elementare de pe o fază pe alta se obțin receptoare dezechilibrate diferite, care introduc diverse tipuri de dezechilibre în rețeaua din care fac parte.

În particular, unele din aceste receptoare pot fi echilibrate, dar acestea pot fi considerate cazuri limită de receptoare dezechilibrate, în conformitate cu punctul de vedere evidențiat în [1].

O problemă care se pune imediat este determinarea numărului de dezechilibre posibile, cu alte cuvinte a numărului receptorilor dezechilibrați discreți.

Numărul receptorilor dezechilibrați discreți care pot exista este finit și îl notăm :

$$N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)}. \quad (3)$$

Pentru calculul numărului $N=N(\text{RDD})$ se utilizează metode din matematica discretă, mai exact, din combinatorică [1], [3].

2. Modelul matematic pentru receptorul dezechilibrat discret

Modelul matematic pentru receptorul dezechilibrat discret este bijecția între două mulțimi multiple. [1], [3], [4].

Considerăm două mulțimi finite X și Y având același număr de elemente: $|X|=|Y|=n$, precum și mulțimea bijecțiilor $f: X \rightarrow Y$, mulțime pe care o notăm $B(X, Y)$.

Să considerăm o relație de echivalență (ρ_1) definită pe mulțimea X , care determină o partiție a mulțimii X în μ clase de echivalență X_j conținând câte λ_j elemente, adică $|X_j|=\lambda_j$ ($j=1,2,\dots,\mu$). Elementele unei clase de echivalență vor fi denumite echivalente sau identice. La fel, considerăm o relație de echivalență (ρ_2) definită pe mulțimea Y , care determină o partiție a mulțimii Y în m clase de echivalență Y_i conținând câte l_i elemente, adică $|Y_i|=l_i$ ($i=1,2,\dots,m$).

În acest fel, mulțimile X și Y devin mulțimi multiple, adică mulțimi în care elementele se pot repeta. Utilizând această terminologie, putem spune că mulțimea X conține μ elemente distincte, elementul j repetându-se de λ_j ori ($j=1,2,\dots,\mu$). Asemănător, pentru mulțimea Y (fig. 3).

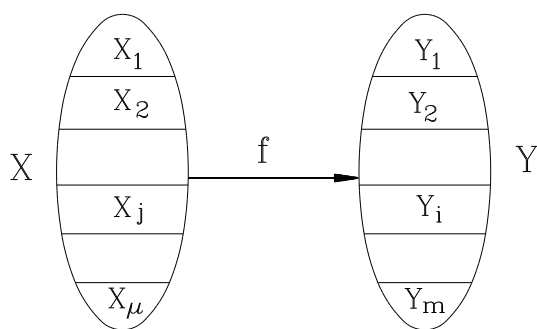


Fig. 3 Bijecția între două mulțimi multiple

Vom considera acum un grup G de permutări al mulțimii X și anume produsul simplu (sau direct) al grupurilor simetrice de permutări ale elementelor claselor de echivalență din X [1], [3], [4]. Acest grup se notează astfel: $G = S_{\lambda_1} \cdot S_{\lambda_2} \cdot \dots \cdot S_{\lambda_\mu}$ și se definește în felul următor: pentru orice $\alpha \in G$, $\alpha_j \in S_{\lambda_j}$, $x \in X_j$, avem:

$$\alpha(x)(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_\mu)(x) = \alpha_j(x), \quad j = (1, 2, \dots, \mu). \quad (4)$$

Deci, prin permutările acestui grup, orice element x al mulțimii X este transformat într-un element care aparține aceleiași clase de echivalență ca și x .

Analog, considerăm și grupul H de permutări al mulțimii Y :

$$H = S_{i_1} \cdot S_{i_2} \cdot \dots \cdot S_{i_m}$$

Pentru orice $\beta \in H$, $\beta_i \in S_{i_i}$, $y \in Y_i$, avem:

$$\beta(y) = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i, \dots, \beta_m)(y) = \beta_i(y), \quad i = (1, 2, \dots, m). \quad (5)$$

Deci, prin permutările acestui grup, orice element y al mulțimii Y este transformat într-un element care aparține aceleiași clase de echivalență ca și y .

Se poate defini o relație de echivalență (ρ) pe mulțimea $B(X, Y)$, în modul următor: $f_1 \sim f_2$ dacă există $\alpha \in G$ și $\beta \in H$ astfel încât $f_2 = \beta f_1 \alpha$.

Se poate demonstra că relația astfel definită este o relație de echivalență pe mulțimea bijecțiilor [1].

Relația (ρ) de echivalență determină o partiție a mulțimii $B(X, Y)$ în clase de echivalență. Numărul acestor clase de echivalență se notează astfel:

$$|B(X, Y)/\rho| = G_{n(i_1, i_2, \dots, i_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)}. \quad (6)$$

Observăm că problema expusă mai sus este echivalentă cu problema definirii receptorului dezechilibrat discret (RDD).

Prin urmare, modelul matematic pentru receptorul dezechilibrat discret este bijecția între două mulțimi multiple iar numărarea receptorilor dezechilibrați discreți (RDD) se reduce la numărarea bijecțiilor între două mulțimi multiple [1], [3].

De asemenea, observăm că relația de dezechilibru definită pe mulțimea receptorilor discreți este o relație de echivalență iar clasele de dezechilibru sunt clasele de echivalență corespunzătoare.

3. Exemplu privind structura receptorilor dezechilibrați discreți de un anumit tip

În continuare vom considera un caz particular și anume vom determina numărul receptorilor dezechilibrați discreți de tipul $7(3, 2, 2; 4, 3)$. Avem: $G_{7(3, 2, 2)}^{7(4, 3)} = 8$.

Receptorii dezechilibrați discreți corespunzători sunt reprezentați în continuare (fig. 4).

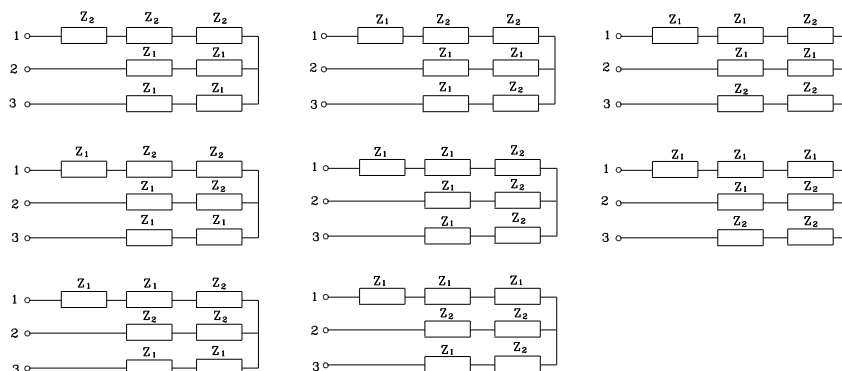


Fig. 4 Schemele receptorilor dezechilibrați discreți de tipul 7 (3, 2, 2; 4, 3)

4. Algoritm de calcul pentru numărul N=N(RDD)

Pentru calculul numărului:

$$N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)}$$

putem utiliza algoritmul dedus în [1],[3] și pe care îl reproducem în continuare:

a) Se calculează polinomul:

$$P = P_{\lambda_1} \cdot P_{\lambda_2} \cdot \dots \cdot P_{\lambda_\mu},$$

unde $P_{\lambda_i} = P_{\lambda_i}(x_1, x_2, \dots, x_{\lambda_i})$ este polinomul de tip Newton, de grad λ_i , în λ_i nedeterminate.

Deci, $P = P(x_1, x_2, \dots, x_\lambda)$ va avea gradul $\sum_{i=1}^{\mu} \lambda_i = n$ și λ nedeterminate, unde

$$\lambda = \max(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu).$$

b) Se înlocuiește în P :

$$x_1 = y_1 + y_2 + \dots + y_m$$

$$x_2 = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_m^2$$

.....

$$x_\lambda = y_1^\lambda + y_2^\lambda + \dots + y_m^\lambda.$$

c) Se calculează cu teorema multinomului coeficientul monomului $y_1^{l_1} y_2^{l_2} \dots y_m^{l_m}$ din dezvoltarea lui P, care va fi chiar numărul căutat.

Polinomul general de tip Newton are forma:

$$P_n = \sum_{\substack{k_1+2k_2+\dots+nk_n=n \\ k_1, k_2, \dots, k_n \geq 0}} \frac{1}{1^{k_1} k_1! 2^{k_2} k_2! \dots n^{k_n} k_n!} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

Aplicând formula generală de mai sus se obțin ușor primele patru polinoame de tip Newton:

$$P_1 = x_1; \quad P_2 = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2); \quad P_3 = \frac{1}{6}(x_1^3 + 3x_1x_2 + 2x_3);$$

$$P_4 = \frac{1}{24}(x_1^4 + 6x_2^2x_2 + 8x_1x_3 + 3x_2^2 + 6x_4).$$

Algoritmul expus mai sus coincide cu metoda de numărare Pólya – de Bruijn aplicată în cazul problemei noastre [1].

5. Concluzii

În prezenta lucrare s-a definit și apoi s-a considerat un model matematic pentru receptorul dezechilibrat discret. Relația de dezechilibru definită pe mulțimea receptorilor dezechilibrați discreți este o relație de echivalență iar clasele de dezechilibru sunt clasele de echivalență corespunzătoare. Se determină numărul claselor de dezechilibru prin metode speciale de calcul. Printr-un program de calculator elaborat în acest sens, se obține lista reprezentanților claselor de dezechilibru, deci lista receptorilor dezechilibrați discreți de un anumit tip care pot exista. Cu alte cuvinte, folosind modelul matematic pentru receptorul dezechilibrat discret se poate studia structura receptorilor dezechilibrați de un anumit tip, se poate calcula numărul claselor de dezechilibru și se poate obține lista exhaustivă a reprezentanților claselor de dezechilibru respective. Unele aspecte ale problematicii abordate în lucrarea de față au fost inițiate în teza de doctorat a autorului și au fost dezvoltate în unele lucrări ulterioare (a se vedea lista bibliografică).

Bibliografie

- [1] Popa V.M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, 1999
- [2] Popa V.M. – *Program de calculator pentru analiza structurii receptoarelor dezechilibrate discrete*, Lucrările primei Conferințe tehnico-stiințifice “Profesorul Dorin Pavel-fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 8-9 iunie 2001, Volumul Tehnică și Inginerie, ISBN 973-8254-07-8, Sebeș, 2001
- [3] Popa V.M. - *The Order Reducing Method for Discreet Unbalanced Loads Number Determination*, Acta Universitatis Cibiniensis, volumul XLII, Seria Tehnică, H. Inginerie Electrică și Electronică (nivel internațional), Sibiu, 2001
- [4] Popa V.M. - *The Newton Type Polynomials Method for the Discreet Unbalanced Loads Classes Analysis*, www.roger-univ.ro, Publicații, Analele Universității Româno-Germane din Sibiu, Secțiunea Tehnică, Sibiu, 2003

Aspecte algebrice privind receptoarele dezechilibrate discrete m-fazate

Vasile Mircea Popa

Abstract

The paper proposes an algebraic characterisation for unbalanced discrete loads. The algebraic model is the bijection between two finite multiple sets. The number of unbalanced discrete loads is the number of equivalence classes for equivalence relation defined onto bijection set.

1. Introducere

Vom considera un receptor dezechilibrat m - fazat și schema echivalentă în conexiune stea. Presupunem că fazele sunt distincte între ele (discernabile). Dacă impedanțele din cele m faze sunt formate (prin înseriere) din impedanțe elementare (elemente fizice), vom numi receptorul m - fazat receptor dezechilibrat discret (RDD). [3], [4].

Presupunem că avem n impedanțe elementare, anume μ clase de impedanțe elementare diferite, clasa j conținând λ_j impedanțe identice, deci:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n. \quad (1)$$

Cele m faze distincte ale receptorului legat în stea conțin câte l_i impedanțe elementare, cu:

$$\sum_{i=1}^m l_i = n. \quad (2)$$

Schema unui astfel de receptor dezechilibrat discret este dată în figura 1.

Un astfel de receptor dezechilibrat discret îl vom numi de tipul $n (l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})$. În cele ce urmează vom subînțelege că receptorii dezechilibrați discreți (RDD) pe care îi vom considera sunt de acest tip.

La transferul unor impedanțe elementare de pe o fază pe alta se obțin receptoare dezechilibrate diferite, care introduc diverse tipuri de dezechilibre în rețeaua din care fac parte. În particular, unele din aceste receptoare pot fi echilibrate, dar acestea pot fi considerate cazuri limită de receptoare dezechilibrate [3].

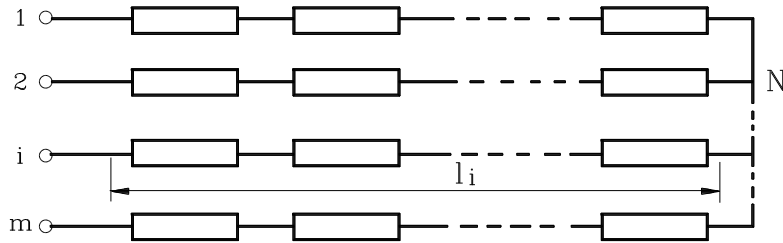


Fig.1

O problemă care se pune imediat este determinarea numărului de dezechilibre posibile, cu alte cuvinte a numărului receptorilor dezechilibrați discreți. Numărul receptorilor dezechilibrați discreți care pot exista este finit și îl notăm:

$$N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (3)$$

Pentru calcul numărului $N = N(\text{RDD})$ se utilizează metode din matematica discretă, mai exact, din combinatorică [1], [2], [3].

2. Modelul algebric pentru RDD

Modelul algebric pentru receptorul dezechilibrat discret este bijecția între două mulțimi multiple. [3], [4]. Considerăm două mulțimi finite X și Y având același număr de elemente: $|X| = |Y| = n$, precum și mulțimea bijecțiilor $f : X \rightarrow Y$, mulțime pe care o notăm Y^X .

Să considerăm o relație de echivalență (ρ_1) definită pe mulțimea X , care determină o partiție a mulțimii X în μ clase de echivalență X_j conținând câte λ_j elemente, adică $|X_j| = \lambda_j$, $j = (1, 2, \dots, \mu)$. Elementele unei clase de echivalență vor fi denumite echivalente sau identice. La fel, considerăm o relație de echivalență (ρ_2) definită pe mulțimea Y , care determină o partiție a mulțimii Y în m clase de echivalență Y_i conținând câte l_i elemente, adică $|Y_i| = l_i$, $i = (1, 2, \dots, m)$. În acest fel, mulțimile X și Y devin mulțimi multiple, adică mulțimi în care elementele se pot repeta. Utilizând această terminologie, putem spune că mulțimea X conține μ elemente distincte, elementul j rezezându-se de λ_j ori ($j = 1, 2, \dots, \mu$). Asemănător, pentru mulțimea Y .

Vom considera acum un grup G de permutări al mulțimii X și anume produsul simplu (sau direct) al grupurilor simetrice de permutări ale elementelor claselor de echivalență din X [1], [2], [3].

Acest grup se notează astfel: $G = S_{\lambda_1} \cdot S_{\lambda_2} \cdot \dots \cdot S_{\lambda_\mu}$ și se definește în felul următor: pentru orice $\alpha \in G$, $\alpha_j \in S_{\lambda_j}$, $x \in X_j$, avem:

$$\alpha(x) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_\mu)(x) = \alpha_j(x), \quad j = (1, 2, \dots, \mu). \quad (4)$$

Definiția este consistentă. Într-adevăr, deoarece G este o submulțime finită a lui S_n , pentru ca G să fie un grup de permutări al mulțimii X (subgrup al grupului simetric S_n) este suficient să verificăm că pentru orice $\alpha, \alpha' \in G \Rightarrow \alpha\alpha' \in G$ (am notat cu $\alpha\alpha'$ compunerea permutărilor α și α'). Fie $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_\mu)$ și $\alpha' = (\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_j, \dots, \alpha'_\mu)$. Pentru orice $x \in X_j$, avem conform definiției:

$$\alpha\alpha'(x) = \alpha(\alpha'(x)) = \alpha(\alpha'_j(x)) = \alpha_j(\alpha'_j(x)) = \alpha_j\alpha'_j(x).$$

Se obține deci:

$$\alpha\alpha' = (\alpha_1\alpha'_1, \alpha_2\alpha'_2, \dots, \alpha_j\alpha'_j, \dots, \alpha_\mu\alpha'_\mu),$$

și se observă că $\alpha\alpha' \in G$.

Prin urmare G este un grup de permutări al mulțimii X . Am utilizat teorema de caracterizare a subgrupurilor finite [1], [2]. Deci, prin permutările acestui grup, orice element x al mulțimii X este transformat într-un element care aparține aceleiași clase de echivalență ca și x .

Analog, considerăm și grupul H de permutări al mulțimii Y :

$$H = S_{l_1} \cdot S_{l_2} \cdot \dots \cdot S_{l_m}.$$

Pentru orice $\beta \in H$, $\beta_i \in S_{l_i}$, $y \in Y_i$, avem:

$$\beta(y) = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i, \dots, \beta_m)(y) = \beta_i(y), \quad i = (1, 2, \dots, m). \quad (5)$$

Deci, prin permutările acestui grup, orice element y al mulțimii Y este transformat într-un element care aparține aceleiași clase de echivalență ca și y .

Se poate defini o relație de echivalență (ρ) pe mulțimea Y^x , în modul următor: $f_1 \sim f_2$ dacă există $\alpha \in G$ și $\beta \in H$ astfel încât $f_2 = \beta f_1 \alpha$. Să demonstrăm că relația astfel definită este o relație de echivalență pe mulțimea bijecțiilor $f: X \rightarrow Y$, în raport cu grupurile G și H de permutări.

Relația este reflexivă: $f \sim f$, deoarece $f = \varepsilon_2 f \varepsilon_1$, unde $\varepsilon_1 \in G$ și $\varepsilon_2 \in H$ sunt permutările identice din cele două grupuri de permutări. Relația este simetrică: $f_1 \sim f_2 \Rightarrow f_2 \sim f_1$. Într-adevăr, $f_2 = \beta f_1 \alpha$ conduce la $f_1 = \beta^{-1} f_2 \alpha^{-1}$, unde $\alpha^{-1} \in G$ și $\beta^{-1} \in H$, ceea ce probează afirmația. Relația este tranzitivă: $f_1 \sim f_2$ și $f_2 \sim f_3 \Rightarrow f_1 \sim f_3$. Într-adevăr, din $f_2 = \beta f_1 \alpha$ și $f_3 = \beta' f_2 \alpha'$ rezultă $f_3 = \beta' \beta f_1 \alpha \alpha' = \beta'' f_1 \alpha''$, unde $\beta\beta' = \beta'' \in H$ și $\alpha\alpha' = \alpha'' \in G$.

Relația (ρ) de echivalență determină o partiție a mulțimii Y^x în clase de echivalență. Numărul acestor clase de echivalență se notează astfel:

$$|Y^x / \rho| = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)}. \quad (6)$$

Observăm că problema expusă mai sus este echivalentă cu problema definirii receptorului dezechilibrat discret (RDD). Considerăm n impedanțe elementare (μ clase de impedanțe, clasa j conținând λ_j impedanțe identice, deci $\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n$) și m faze, faza i primind l_i impedanțe elementare înseriate, cu $\sum_{i=1}^m l_i = n$. Se distribuie cele n impedanțe în cele m faze. Numărul de distribuiri posibile este:

$$N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})}. \quad (7)$$

3. Concluzii

Prin urmare, modelul matematic pentru receptorul dezechilibrat discret este bijecția între două mulțimi multiple iar numărarea receptorilor dezechilibrați discreți (RDD) se reduce la numărarea bijecțiilor între două mulțimi multiple [4].

De asemenea, observăm că relația de dezechilibru definită pe mulțimea receptorilor discreți este o relație de echivalență iar clasele de dezechilibru sunt clasele de echivalență corespunzătoare. Autorul aceste lucrari a elaborat patru metode pentru calculul numărului $N(\text{RDD})$ [3].

Bibliografie

- [1] C. Năstăsescu , C. Niță , C. Vraciu – *Bazele algebrei*, vol. I , Editura Academiei, București, 1986
- [2] D. Popescu , C. Vraciu – *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986
- [3] V. M. Popa – *Aplicații și încercări experimentale privind comportarea circuitelor trifazate în regimuri nesimetrice*, Referat de doctorat nr. 2, Universitatea Tehnica Cluj - Napoca, Facultatea de Electrotehnică Cluj - Napoca, 1994
- [4] V.M. Popa – *A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*, Acta Electrotehnica Napocensis, vol. 38, nr. 1, 1995

Universitatea „Lucian Blaga” Sibiu
 Facultatea de Inginerie „Hermann Oberth”
 Catedra de Inginerie Electrică și Electronică
 Str. Emil Cioran, nr. 4
 Sibiu, România
 E-mail: vasile_mircea.popa@ulbsibiu.ro
 Web: webspace.ulbsibiu.ro/vasile_mircea.popa

Metode pentru analiza claselor de dezechilibru ale receptoarelor m-fazate

Vasile Mircea Popa

Abstract

This paper presents methods for m – phased loads unbalanced classes analysis. Four methods are presented and the enumeration method is detailed. The respective algorithm was programmed on the electronic computer.

1. Introducere

Receptorul dezechilibrat discret m - fazat de tipul $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$ a fost definit în unele lucrări anterioare [4], [5].

Autorul prezentei lucrări a elaborat patru metode pentru calculul numărului $N(\text{RDD})$. Acestea sunt:

1. Metoda enumerării
2. Metoda polinoamelor de tip Newton
3. Metoda de recurență
4. Metoda reducerii ordinului.

Metoda polinoamelor de tip Newton a fost expusă în lucrarea [4]. În continuare vom prezenta metoda enumerării.

2. Metoda enumerării

Această metodă se bazează pe observația că numărul N este egal cu numărul soluțiilor sistemului:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m x_{ji} = \lambda_j; & j = 1, 2, \dots, \mu \\ \sum_{j=1}^{\mu} x_{ji} = l_i; & i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (1)$$

unde $\lambda_j, l_i > 0$; $x_{ji} \geq 0$ sunt numere naturale.

Acest sistem are μm necunoscute și $\mu + m - 1$ ecuații independente (datorită condiției $\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = \sum_{i=1}^m l_i = n$). Prin urmare, gradul de nedeterminare al sistemului este:

$$\mu m - (\mu + m - 1) = (\mu - 1)(m - 1). \quad (2)$$

Se observă că numărul N reprezintă de asemenea numărul matricilor cu μ linii și m coloane, conținând numere naturale, la care sumele liniilor, respectiv ale coloanelor sunt impuse:

n	l_1	l_2	\dots	l_m	(3)
λ_1	x_{11}	x_{12}	\dots	x_{1m}	
λ_2	x_{21}	x_{22}	\dots	x_{2m}	
\vdots					
λ_{μ}	$x_{\mu 1}$	$x_{\mu 2}$	\dots	$x_{\mu m}$	

Metoda enumerării aplicată "manual" constă în construirea efectivă a matricilor de tipul (3) și numărarea lor. Este evident că pentru n mare această variantă este total nepractică.

Pe baza metodei enumerării s-a realizat un program de calculator (numit programul RDD) care generează sistematic matrici de tipul (3) și în final dă numărul acestor matrici. Problema se reduce la determinarea matricilor reduse de dimensiuni $\mu - 1$ și $m - 1$, în care variabilele x_{ji} iau valori naturale cuprinse între 0 și o valoare maximă iar suma lor este mai mare sau egală decât numărul $n - l_1 - \lambda_1$.

Putem scrie :

$$0 \leq x_{ji} \leq \min(\lambda_j - x_{j2} - x_{j3} - \dots - x_{j,i-1}; l_i - x_{2i} - x_{3i} - \dots - x_{j-1,i}) \quad (4)$$

$$S = \sum_{j=2}^{\mu} \sum_{i=2}^m x_{ji} \geq n - l_1 - \lambda_1 \quad (5)$$

cu referire la matricea :

$$M = \begin{bmatrix} X_{22} & X_{23} & \dots & X_{2i} & \dots & X_{2m} \\ X_{32} & X_{33} & \dots & X_{3i} & \dots & X_{3m} \\ \vdots & & & & & \\ X_{j2} & X_{j3} & \dots & X_{ji} & \dots & X_{jm} \\ \vdots & & & & & \\ X_{\mu 2} & X_{\mu 3} & \dots & X_{\mu i} & \dots & X_{\mu m} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Numărul matricilor reduse de tipul (6) coincide cu numărul matricilor (3) și este deci chiar $N(\text{RDD})$.

Câteva exemple numerice obținute:

$$G_{8(3,2,1,1,1)}^{8(2,2,2,1,1)} = 618 \quad (7)$$

$$G_{9(3,2,2,1,1)}^{9(3,2,2,1,1)} = 1173 \quad (8)$$

$$G_{9(2,2,2,1,1,1)}^{9(3,3,1,1,1)} = 1980 \quad (9)$$

$$G_{10(2,2,2,2,2)}^{10(3,3,2,2)} = 1830 \quad (10)$$

$$G_{10(5,2,2,1)}^{10(2,2,2,1,1,1,1)} = 1875 \quad (11)$$

$$G_{10(5,2,1,1,1)}^{10(2,2,2,1,1,1,1)} = 3510 \quad (12)$$

$$G_{30(10,10,10)}^{30(10,10,10)} = 2211 \quad (13)$$

Programul RDD permite obținerea numerelor $N(\text{RDD})$ în timpi variind de la o fracțiune de secundă la câteva minute, în cazul valorilor mari (de ordinul milioane). Utilizând metoda enumerării, respectiv programul de calculator RDD, s-au calculat toate valorile lui $N(\text{RDD})$ pentru $n \leq 10$. Tabelele cu numerele $N(\text{RDD})$ sunt date în lucrarea [5].

Tabelele conțin numerele claselor de dezechilibru pentru receptori dezechilibrați discreți de tipul $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$. Numărul n este notat în colțul din stânga-sus al fiecărui tabel. Indicii inferiori sunt marcați în partea stângă a tabelelor, sub forma (l_1, l_2, \dots, l_m) . Indicii superiori sunt marcați în partea superioară a tabelelor, sub forma $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$. La intersecția liniei și a coloanei respective se citește numărul $N=N(\text{RDD})$.

Tabelele sunt exhaustive și prezintă simetrie față de diagonala principală, datorită proprietății de simetrie.

Marele avantaj al utilizării programului de calculator este posibilitatea calculării unor numere $N(\text{RDD})$ pentru un n oarecare, când nu dispunem de tabelele cu numerele $N(\text{RDD})$ pentru $n-1$, $n-2$, ... (necesare pentru metoda recursivă). În acest caz, comparația cu una din metodele manuale de calcul (metoda enumerării, metoda polinoamelor de tip Newton, metoda de recurență, metoda reducerii ordinului) evidențiază avantajul absolut, incontestabil al utilizării programului de calculator.

Bibliografie

[1] D. Popescu, C. Vraciu – *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986

[2] C. Năstăsescu, C. Niță, C. Vraciu – *Bazele algebrei*, vol. I, Editura Academiei, București, 1986

[3] V. M. Popa – *On a Question of Linear Programming*, Acta Universitatis Cibiniensis, vol. X (1), Sibiu, 1993, pag. 65 – 67

[4] V.M. Popa – *A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*, Acta Electrotehnica Napocensis, vol. 36, nr. 1, Cluj – Napoca, 1995, pag. 91 – 92

[5] V. M. Popa – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, Cluj-Napoca, 1999

Universitatea „Lucian Blaga” Sibiu
Facultatea de Inginerie „Hermann Oberth”
Catedra de Inginerie Electrică și Electronică
Str. Emil Cioran, nr. 4
Sibiu, România
E-mail: vasile_mircea.popa@ulbsibiu.ro
Web: webSPACE.ulbsibiu.ro/vasile_mircea.popa

Metodă recursivă pentru determinarea numărului receptoarelor dezechilibrate discrete

Vasile Mircea Popa

Abstract

The paper proposes a recursive method for unbalanced discrete loads number calculation. The numbers N (RDD) can be determined recursively, using recurrence relations. At the end of the paper a numerical computational example is presented.

1. Introducere

Vom considera un receptor dezechilibrat m-fazat și schema echivalentă în conexiune stea. Presupunem că fazele sunt distincte între ele (discernabile). Dacă impedanțele din cele m faze sunt formate (prin inseriere) din impedanțe elementare (elemente fizice), vom numi receptorul m-fazat receptor dezechilibrat discret (RDD) [3], [4].

Presupunem că avem n impedanțe elementare, anume μ clase de impedanțe elementare diferite, clasa j conținând λ_j impedanțe identice, deci:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n. \quad (1)$$

Cele m faze distincte ale receptorului legat în stea conțin câte li impedanțe elementare , cu:

$$\sum_{i=1}^m l_i = n. \quad (2)$$

Schema unui astfel de receptor dezechilibrat discret este dată în figura 1.

Un astfel de receptor dezechilibrat discret îl vom numi de tipul $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$. În cele ce urmează vom subînțelege că receptorii dezechilibrați discreți (RDD) pe care îi vom considera sunt de acest tip.

La transferul unor impedanțe elementare de pe o fază pe alta se obțin receptoare dezechilibrate diferite, care introduc diverse tipuri de dezechilibre în rețeaua din care fac parte. În particular, unele din aceste receptoare pot fi echilibrate, dar acestea pot fi considerate cazuri limită de receptoare dezechilibrate [4].

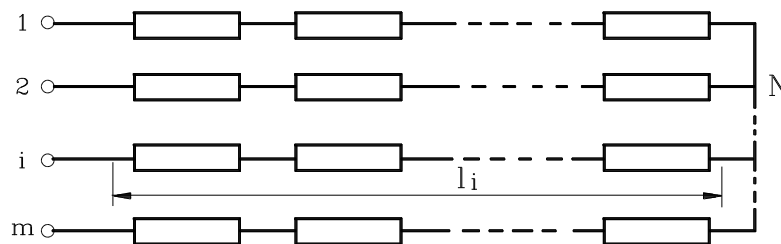


Fig.1

O problemă care se pune imediat este determinarea numărului de dezechilibre posibile, cu alte cuvinte a numărului receptorilor dezechilibrați discreți. Numărul receptorilor dezechilibrați discreți care pot exista este finit și îl notăm :

$$N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)}. \quad (3)$$

Pentru calcul numărului $N = N(\text{RDD})$ se utilizează metode din matematica discretă, mai exact, din combinatorică [1], [2], [4].

În prezenta lucrare va fi expusă metoda recursivă pentru calculul numărului $N(\text{RDD})$ al receptoarelor dezechilibrate discrete.

2. Metoda recursivă (de recurență)

Numărul claselor de dezechilibru pentru receptoarele dezechilibrate discrete se poate determina cu ajutorul unor formule de recurență. Acestea permit calculul numărului $N(\text{RDD})$ de ordin n cu ajutorul unor numere $N(\text{RDD})$ de ordine mai mici. Formulele de recurență se deduc ușor, pornind de la definiția numărului $N(\text{RDD})$. Prin ordonarea descrescătoare a indicilor superiori și inferiori și utilizarea proprietății de simetrie facem ca :

$$\lambda_{\mu} = \min(l_1, l_2, \dots, l_m, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) \quad (4)$$

a) dacă $\lambda_{\mu} = 1$, avem:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})} = \sum_R G_{n-1(l_1, l_2, \dots, l_1-1, \dots, l_m)}^{n-1(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (5)$$

unde R este mulțimea soluțiilor ecuației:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1 \quad (6)$$

în numere naturale, cu $0 \leq x_i \leq 1$, ($i = 1, 2, \dots, m$).

Numărul soluțiilor acestei ecuații este:

$$|R| = c_m^1 = m \text{ (combinări cu repetiție)}. \quad (7)$$

b) Dacă $\lambda_{\mu} = 2$, avem:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})} = \sum_R G_{n-2(l_1, l_2, \dots, l_1-2, \dots, l_m)}^{n-2(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (8)$$

unde R este mulțimea soluțiilor ecuației:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 2 \quad (9)$$

în numere naturale, cu $0 \leq x_i \leq 2$, ($i = 1, 2, \dots, m$).

Numărul soluțiilor acestei ecuații este:

$$|R| = c_m^2 = \frac{m(m+1)}{2}. \quad (10)$$

c) Dacă $\lambda_{\mu} = 3$, avem:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu})} = \sum_R G_{n-3(l_1, l_2, \dots, l_1-3, \dots, l_m)}^{n-3(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\mu-1})} \quad (11)$$

unde R este mulțimea soluțiilor ecuației:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 3 \quad (12)$$

în numere naturale, cu $0 \leq x_i \leq 3$, ($i = 1, 2, \dots, m$).

Numărul soluțiilor acestei ecuații este:

$$|R| = c_m^3 = \frac{m(m+1)(m+2)}{6}. \quad (13)$$

Lista acestor formule de recurență poate fi continuată, dar aplicarea lor devine tot mai grea, datorită creșterii lui $|R|$.

Foarte simplă și avantajoasă este aplicarea primelor două formule de recurență, deci pentru $\lambda_\mu = 1$ și $\lambda_\mu = 2$.

Vom ilustra metoda printr-un exemplu.

Să se calculeze numărul $N = G_{10(3,3,2,2)}^{10(4,3,2,1)}$.

Aplicând formula (5) obținem:

$$\begin{aligned} N &= G_{9(2,3,2,2)}^{9(4,3,2)} + G_{9(3,2,2,2)}^{9(4,3,2)} + G_{9(3,3,1,2)}^{9(4,3,2)} + G_{9(3,3,2,1)}^{9(4,3,2)} = 2 \cdot G_{9(3,2,2,2)}^{9(4,3,2)} + 2 \cdot G_{9(3,3,2,1)}^{9(4,3,2)} = \\ &= 2 \cdot 109 + 2 \cdot 87 = 392 \end{aligned}$$

Este evident că aplicarea metodei de recurență pentru $N(\text{RDD})$ presupune cunoașterea valorii unor astfel de numere de ordine inferioare ($n-1$, $n-2$, ...).

Bibliografie

- [1] D. Popescu , C. Vraciu – *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986
- [2] V.M. Popa – *On a Question of Linear Programming*, Acta Universitatis Cibiniensis, vol. X (1), Sibiu, 1993, pag. 65-67
- [3] V.M. Popa – *A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*, Acta Electrotehnica Napocensis, vol. 36, nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 91-92
- [4] V.M. Popa – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, Cluj-Napoca, 1999

Universitatea „Lucian Blaga” Sibiu
 Facultatea de Inginerie „Hermann Oberth”
 Catedra de Inginerie Electrică și Electronică
 Str. Emil Cioran, nr. 4
 Sibiu, România
 E-mail: vasile_mircea.popa@ulbsibiu.ro
 Web: webspace.ulbsibiu.ro/vasile_mircea.popa

O metodă de reducere pentru calculul numărului receptoarelor dezechilibrate discrete m-fazate

Vasile Mircea Popa

Abstract

A Reducing Method for the m-Phased Discreet Unbalanced Loads Number Calculation

The paper proposes a new method for calculating the number of equivalence classes for discreet unbalanced loads, the order reducing method. The discreet unbalanced load is defined in this paper. This paper presents a method for unbalanced discreet loads number calculation. Four methods are presented and the reducing method is also detailed. At the end of the paper the conclusions and references are presented.

1. Introducere

Considerăm un receptor dezechilibrat m-fazat și schema echivalentă în conexiunea stea (fig. 1).

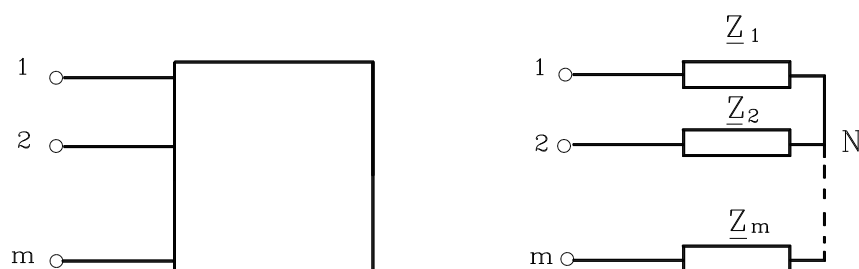


Fig. 1. Receptor dezechilibrat m-fazat și schema echivalentă în stea

În fazele receptorului se găsesc impedanțele complexe $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_m$ și considerăm fazele distincte (discernabile).

Dacă aceste impedanțe sunt formate (prin înseriere) din impedanțe elementare (elemente fizice), vom numi receptorul m-fazat receptor dezechilibrat discret (RDD) [4], [5], [6].

Presupunem că avem n impedanțe elementare, anume μ clase de impedanțe elementare diferite, clasa j conținând λ_j impedanțe identice, deci:

$$\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = n. \quad (1)$$

Cele m faze distincte ale receptorului legat în stea conțin câte l_i impedanțe elementare, cu:

$$\sum_{i=1}^m l_i = n. \quad (2)$$

Schema unui astfel de receptor dezechilibrat discret este dată în figura 2.

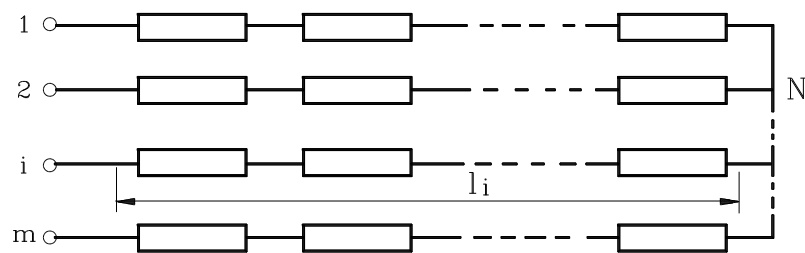


Fig.2. Schema unui receptor dezechilibrat discret (RDD)

Un astfel de receptor dezechilibrat discret îl vom numi de tipul $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$. În cele ce urmează vom subînțelege că receptorii dezechilibrați discreți (RDD) pe care îi vom considera sunt de acest tip.

La transferul unor impedanțe elementare de pe o fază pe alta se obțin receptoare dezechilibrate diferite, care introduc diverse tipuri de dezechilibre în rețeaua din care fac parte.

În particular, unele din aceste receptoare pot fi echilibrate, dar acestea pot fi considerate cazuri limită de receptoare dezechilibrate, în conformitate cu punctul de vedere evidențiat în lucrarea [5].

O problemă care se pune imediat este determinarea numărului de dezechilibre posibile, cu alte cuvinte a numărului receptorilor dezechilibrați discreți.

Numărul receptorilor dezechilibrați discreți care pot exista este finit și îl notăm:

$$N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)}. \quad (3)$$

Pentru calcul numărului $N = N(\text{RDD})$ se utilizează metode din matematica discretă, mai exact, din combinatorică [4], [5].

2. Metode pentru calculul numărului $N(\text{RDD})$

Autorul prezentei lucrări a elaborat patru metode pentru calculul numărului $N(\text{RDD})$. Acestea sunt:

1. Metoda enumerării [5], [6]
2. Metoda polinoamelor de tip Newton [4]
3. Metoda de recurență [5]
4. Metoda reducerii ordinului.

Primele trei metode sunt dezvoltate în referințele bibliografice indicate.

În continuare vom prezenta metoda reducerii ordinului.

3. O metodă de reducere a ordinului

Considerăm simbolul general:

$$N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (4)$$

Dacă $l_1 + \lambda_1 > n$, putem afirma că:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_{2n-l_1-\lambda_1(n-l_1, l_2, \dots, l_m)}^{2n-l_1-\lambda_1(n-\lambda_1, l_2, \dots, l_m)} \quad (5)$$

și ordinul este redus.

Să considerăm matricea:

n	l ₁	l ₂	⋯	l _m	(6)
λ ₁	x ₁₁	x ₁₂	⋯	x _{1m}	
λ ₂	x ₂₁	x ₂₂	⋯	x _{2m}	
⋮	⋮				
λ _μ	x _{μ1}	x _{μ2}	⋯	x _{μm}	

Separând primul rând și prima coloană, obținem matricea redusă, de dimensiuni $(\mu - 1)(m - 1)$.

Fie N_v numărul de cazuri în care matricea redusă ia valoarea v (suma elementelor).

Fie simbolurile:

$$G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_n \quad (7)$$

$$G_{n-1(l_1-1, l_2, \dots, l_m)}^{n-1(\lambda_1-1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_{n-1} \quad (8)$$

$$G_{n-2(l_1-2, l_2, \dots, l_m)}^{n-2(\lambda_1-2, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_{n-2} \quad (9)$$

$$G_{n-3(l_1-3, l_2, \dots, l_m)}^{n-3(\lambda_1-3, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} = G_{n-3} \quad (10)$$

Putem afirma că:



-dacă $l_1 + \lambda_1 = n$ (11)

$$G_n = G_{n-2} + N_0 + N_1 \quad (12)$$

$$G_n = G_{n-3} + N_0 + N_1 + N_2 \quad (13)$$

-dacă $l_1 + \lambda_1 = n - 1$ (14)

$$G_n = G_{n-1} + N_1$$

$$G_n = G_{n-2} + N_1 + N_2 \quad (15)$$

-dacă $l_1 + \lambda_1 = n - 2$ (16)

$$G_n = G_{n-1} + N_2$$

Vom calcula numerele N_v , ($v = 0, 1, 2$).

În simbolul general: $N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (17)$

aplicăm proprietatea de simetrie, astfel încât $l_1 \geq \lambda_1$. Indicii inferiori și superiori sunt în ordine descrescătoare:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_\mu \quad (18)$$

$$l_1 \geq l_2 \geq \dots \geq l_m. \quad (19)$$

În mulțimea de numere $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu$, facem următoarele notații:

α_1 = numărul de cifre 1; α_2 = numărul de cifre 2; ..., α_{v-1} = numărul de cifre $v-1$, α_v = numărul de cifre v sau mai mari decât v .

Putem afirma că:
$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_v = \mu - 1 \quad (20)$$

Obținem expresiile:
$$N_0 = 1 \quad (21)$$

$$N_1 = (\mu - 1)(m - 1) \quad (22)$$

$$N_2 = \alpha_2 G_{n-l_1(l_2, \dots, l_m)}^{n-l_1(2, n-l_1-2)} + \frac{(\mu - 1)(\mu - 2)}{2} G_{n-l_1(l_2, \dots, l_n)}^{n-l_1(1, 1, n-l_1-2)}. \quad (23)$$

Metoda reducerii ordinului constă în aplicarea relațiilor: (5), (11), ..., (16) și (21), (22), (23).

Similar cu metoda de recurență, metoda reducerii ordinului pentru calculul numerelor $N(\text{RDD})$ presupune cunoașterea valorilor unor asemenea numere de ordin inferior.

4. Concluzii

Dintre metodele "manuale" de calcul, deosebit de practice sunt formulele de reducere a ordinului pentru $l_1 + \lambda_1 > n$; $l_1 + \lambda_1 = n$; $l_1 + \lambda_1 = n - 1$. Deci, 3 formulele de calcul simple cu care se pot calcula din aproape în aproape orice tabele cu numere $N(\text{RDD})$, bazându-ne pe cele existente (anterioare, cu n mai mic).

Bibliografie

- [1] Popescu, D., Vraciu, C. – *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986
- [2] Năstăsescu, C., Niță, C., Vraciu, C. – *Bazele algebrei*, vol. I, Editura Academiei, București, 1986
- [3] Popa, V. M. – *On a Question of Linear Programming*, Acta Universitatis Cibiniensis, vol. X (1), Sibiu, 1993, pag. 65 – 67
- [4] Popa, V. M. – *A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*, Acta Electrotehnica Napocensis, vol. 36, nr. 1, Cluj - Napoca, 1995, pag. 91 – 92
- [5] Popa, V. M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj - Napoca, Facultatea de Electrotehnică, Cluj - Napoca, 1999
- [6] Popa, V. M. – *Program de calculator pentru analiza structurii receptoarelor dezechilibrate discrete*, Lucrările primei conferințe tehnico-științifice "Profesorul Dorin Pavel – fondatorul

hidroenergeticii românești”, volumul Tehnică și Inginerie, pag. 121-126, Sebeș, 8-10 iunie 2001

Analiza asistată de calculator a receptoarelor dezechilibrate discrete m-fazate

Vasile Mircea Popa

Abstract

The Computer Aided Analysis of the m-Phased Discreet Unbalanced Loads

The paper proposes a computer program for calculating the number of equivalence classes for discreet unbalanced loads. The determination of this number is a combinatorial problem of distributing n impedances (μ classes of impedances where the class j contains λ_j equivalent impedances) in m phases of capacity l_i . The enumeration method algorithm was programmed on the electronic computer. In the paper numerical computational examples are given.

1. Introducere

Considerăm un receptor dezechilibrat m-fazat și schema echivalentă în conexiunea stea. În fazele receptorului se găsesc impedanțele complexe $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_m$ și considerăm fazele distincte (discernabile). Dacă aceste impedanțe sunt formate (prin înseriere) din impedanțe elementare (elemente fizice), vom numi receptorul m-fazat receptor dezechilibrat discret (RDD). [4], [5], [6].

Presupunem că avem n impedanțe elementare, anume μ clase de impedanțe elementare diferite, clasa j conținând λ_j impedanțe identice. Cele m faze distincte ale receptorului legat în stea conțin câte l_i impedanțe elementare. Un astfel de receptor dezechilibrat discret îl vom numi de tipul $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$. În cele ce urmează vom subînțelege că receptorii dezechilibrați discreți (RDD) pe care îi vom considera sunt de acest tip.

O problemă care se pune imediat este determinarea numărului de dezechilibre posibile, cu alte cuvinte a numărului receptorilor dezechilibrați discreți.

Numărul receptorilor dezechilibrați discreți care pot exista este finit și îl notăm :

$$N = N(\text{RDD}) = G_{n(l_1, l_2, \dots, l_m)}^{n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)} \quad (1)$$

Pentru calcul numărului $N = N(\text{RDD})$ se utilizează metode din matematica discretă, mai exact, din combinatorică [4], [5].

2. Metode pentru analiza receptoarelor dezechilibrate discrete

Autorul prezentei lucrări a elaborat patru metode pentru calculul numărului $N(\text{RDD})$. Acestea sunt:

1. Metoda enumerării
2. Metoda polinoamelor de tip Newton
3. Metoda de recurență
4. Metoda reducerii ordinului.

În continuare vom prezenta metoda enumerării.

Această metodă se bazează pe observația că numărul N este egal cu numărul soluțiilor

$$\text{sistemului: } \begin{cases} \sum_{i=1}^m x_{ji} = \lambda_j; & j = 1, 2, \dots, \mu \\ \sum_{j=1}^{\mu} x_{ji} = l_i; & i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (2)$$

unde $\lambda_j, l_i > 0$; $x_{ji} \geq 0$ sunt numere naturale.

Acest sistem are μm necunoscute și $\mu + m - 1$ ecuații independente (datorită condiției $\sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j = \sum_{i=1}^m l_i = n$). Prin urmare, gradul de nedeterminare al sistemului este:

$$\mu m - (\mu + m - 1) = (\mu - 1)(m - 1) \quad (3)$$

Se observă că numărul N reprezintă de asemenea numărul matricilor cu μ linii și m coloane, conținând numere naturale, la care sumele liniilor, respectiv ale coloanelor sunt impuse:

$$\begin{array}{c|cccc} n & l_1 & l_2 & \dots & l_m \\ \hline \lambda_1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ \lambda_2 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & & & & \\ \lambda_{\mu} & x_{\mu 1} & x_{\mu 2} & \dots & x_{\mu m} \end{array} \quad (4)$$

Metoda enumerării aplicată "manual" constă în construirea efectivă a matricilor de tipul (4) și numărarea lor. Este evident că pentru n mare această variantă este total nepractică.

3. Analiză asistată de calculator

Pentru valori mari ale lui n , calculul numărului $N(\text{RDD})$ prin metodele arătate anterior este dificil.

Pe baza metodei enumerării s-a realizat un program de calculator (numit programul RDD) care generează sistematic matrici de tipul (4) și în final dă numărul acestor matrici. Problema se reduce la determinarea matricilor reduse de dimensiuni $\mu - 1$ și $m - 1$, în care variabilele x_{ji} iau valori naturale cuprinse între 0 și o valoare maximă iar suma lor este mai mare sau egală decât numărul $n - l_1 - \lambda_1$.

Putem scrie :

$$0 \leq x_{ji} \leq \min(\lambda_j - x_{j2} - x_{j3} - \dots - x_{j,i-1}; l_i - x_{2i} - x_{3i} - \dots - x_{j-1,i}) \quad (5)$$

$$S = \sum_{j=2}^{\mu} \sum_{i=2}^m x_{ji} \geq n - l_1 - \lambda_1 \quad (6)$$

cu referire la matricea:

$$M = \begin{bmatrix} X_{22} & X_{23} & \dots & X_{2i} & \dots & X_{2m} \\ X_{32} & X_{33} & \dots & X_{3i} & \dots & X_{3m} \\ \vdots & & & & & \\ X_{j2} & X_{j3} & \dots & X_{ji} & \dots & X_{jm} \\ \vdots & & & & & \\ X_{\mu 2} & X_{\mu 3} & \dots & X_{\mu i} & \dots & X_{\mu m} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Numărul matricilor reduse de tipul (7) coincide cu numărul matricilor (4) și este deci chiar $N(\text{RDD})$.

În continuare vom prezenta câteva rezultate numerice obținute utilizând programul de calculator RDD. Primele cinci rezultate ar putea fi obținute și prin una din metodele “manuale” de calcul.

$G_{8(3,2,1,1,1)}^{8(2,2,2,1,1)} = 618$	$G_{9(3,2,2,1,1)}^{9(3,2,2,1,1)} = 1173$
$G_{9(2,2,2,1,1,1)}^{9(3,3,1,1,1)} = 1980$	$G_{10(2,2,2,2,2)}^{10(3,3,2,2)} = 1830$
$G_{10(5,2,2,1)}^{10(2,2,2,1,1,1)} = 1875$	$G_{30(10,10,10)}^{30(10,10,10)} = 2211$

Ecranul programului RDD este prezentat în figura 1:

```

INTRODUCETI DIMENSIUNILE MATRICII:
Numarul de linii:      5
Numarul de coloane:   5

INTRODUCETI PARAMETRII:
  n = 15

INTRODUCETI COMPONENTELE PE LINII
  la1 = 5
  la2 = 4
  la3 = 2
  la4 = 2
  la5 = 2

INTRODUCETI COMPONENTELE PE COLOANE
  l1 = 7
  l2 = 3
  l3 = 2
  l4 = 2
  l5 = 1

NUMARUL DE DEZECHILIBRE POSIBILE ESTE
  [n = 15] [5 linii]
  G      = 14981
  [n = 15] [5 coloane]

Continuati? [d/n]

```

Fig. 1 Ecranul programului RDD (ecranul de lucru)

Programul RDD permite obținerea numerelor $N(\text{RDD})$ în timp variind de la o fracțiune de secundă la câteva minute, în cazul valorilor mari (de ordinul milioane). Utilizând metoda enumerării, respectiv programul de calculator RDD, s-au calculat toate valorile lui $N(\text{RDD})$ pentru $n \leq 10$. Tabelele cu numerele $N(\text{RDD})$ sunt date în lucrarea [5]. Tabelele conțin numerele claselor de dezechilibru pentru receptori dezechilibrați discreți de tipul $n(l_1, l_2, \dots, l_m; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$. Numărul n este notat în colțul stânga-sus al fiecărui tabel. Indicii

inferiori sunt marcați în partea stângă a tabelelor, sub forma (l_1, l_2, \dots, l_m) . Indicii superiori sunt marcați în partea superioară a tabelelor, sub forma $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\mu)$.

La intersecția liniei și a coloanei respective se citește numărul $N=N(\text{RDD})$.
Tabelele sunt exhaustive și prezintă simetrie față de diagonala principală.

4. Concluzii

Numerele $N = N(\text{RDD})$ sunt cu atât mai “simple” (mai mici și mai ușor de calculat) cu atât ordinul n este mai mic. Din acest motiv, tabelele s-au calculat în ordinea prezentată, adică începând cu $n = 1$, continuând cu $n = 2$ ș.a.m.d. până la $n = 10$. Dintre metodele “manuale” de calcul, deosebit de practice sunt formulele de recurență pentru $\lambda_\mu = 1$ și $\lambda_\mu = 2$ și formulele de reducere a ordinului pentru $l_1 + \lambda_1 > n$; $l_1 + \lambda_1 = n$; $l_1 + \lambda_1 = n - 1$. Deci, 5 formulele de calcul simple cu care se pot calcula din aproape în aproape orice tabel, bazându-ne pe cele existente (anterioare). Totuși un astfel de calcul „manual” al primelor 10 tabele cu numerele $N(\text{RDD})$ necesită circa 40 de ore de calcul.

Programul de calculator RDD, scris în limbajul C și rulat pe un calculator AMD K7 750 MHz, 128 MB memorie RAM și 20 GB pentru HDD permite efectuarea aceluiași calcul în circa 8 ore (aici este evident inclus și timpul necesar introducerii datelor). Marele avantaj al utilizării programului de calculator este posibilitatea calculării unor numere $N(\text{RDD})$ pentru un n oarecare, când nu dispunem de tabelele cu numerele $N(\text{RDD})$ pentru $n-1$, $n-2$, ... (necesare pentru metoda recursivă). În acest caz, comparația cu una din metodele manuale de calcul (metoda enumerării, metoda polinoamelor de tip Newton, metoda de recurență, metoda reducerii ordinului) evidențiază avantajul absolut, incontestabil al utilizării programului de calculator.

Programul de calculator RDD, cu o minimă modificare, permite și afișarea structurii receptoarelor dezechilibrate discrete prin intermediul matricii reprezentative (4).

Bibliografie

- [1] Popescu, D., Vraciu, C. – *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986.
- [2] Năstăsescu, C., Niță, C., Vraciu, C. – *Bazele algebrei*, vol. I, Editura Academiei, București, 1986.
- [3] Popa, V. M. – *On a Question of Linear Programming*, Acta Universitatis Cibiniensis, vol. X (1), Sibiu, 1993, pag. 65 – 67.
- [4] Popa, V. M. – *A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*, Acta Electrotehnica Napocensis, vol. 36, nr. 1, Cluj - Napoca, 1995, pag. 91 – 92.
- [5] Popa, V. M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj - Napoca, Facultatea de Electrotehnică, Cluj - Napoca, 1999.
- [6] Popa, V. M. – *Program de calculator pentru analiza structurii receptoarelor dezechilibrate discrete*, Lucrările primei conferințe tehnico-științifice “Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, volumul Tehnică și Inginerie, pag. 121-126, Sebeș, 8-10 iunie 2001.

STUDIUL ANALITIC AL PUNȚII TRIFAZATE DE DIODE ALIMENTATE NESIMETRIC

Vasile Mircea Popa

Universitatea „Lucian Blaga” Sibiu

Facultatea de Inginerie „Hermann Oberth”

Abstract

The paper proposes an analytical method for calculating the harmonic voltages of a three-phase diode-bridge under non-symmetrical supply conditions. We are considering a three-phase ideal diode-bridge fed by a non-symmetrical voltage system:

$$u_1(x)=U_{m1}\sin(x-x_1), u_2(x)=U_{m2}\sin(x-x_2) \text{ and } u_3(x)=U_{m3}\sin(x-x_3).$$

Let a, b, c be the Ox coordinates of the intersection points of the curves $u_1(x)$, $u_2(x)$ and $u_3(x)$ with $-\pi/2 < a,b,c < \pi/2$. Performing those calculations we obtain the Fourier coefficients of serial development for direct voltage u_d (there are four cases). All the calculations are conducted only by algebraic calculation with high accuracy.

The analytical equations for the harmonic components of the dc voltages in the proposed method are derived using frequency domain method. The proposed method can be easily extended to the harmonic analysis of three-phase thyristor-bridge with non-symmetrical supply conditions. The validity of the proposed method is demonstrated by comparison with the results of digital simulation.

In the end of the paper we indicate the references.

1. Puntea trifazată de diode alimentată nesimetric

În cele ce urmează vom analiza puntea de diode alimentând un receptor pur rezistiv. Se va prezenta o metodă analitică exactă de calcul [1], [2], [3], [4], [5]. Se va studia forma de undă a tensiunii redresate u_d precum și spectrul de armonici al tensiunii u_d .

Considerăm o punte trifazată de diode ideale alimentată cu un sistem trifazat nesimetric de tensiuni (fig.1).

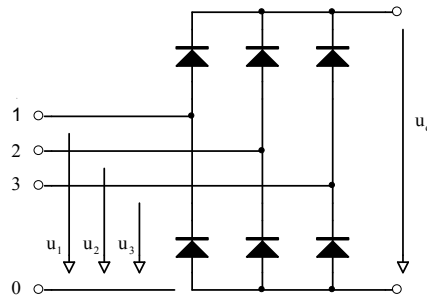


Fig. 1 Punte de diode ideale alimentată nesimetric.

Sistemul trifazat nesimetric de tensiuni este notat (u_1, u_2, u_3) . Tensiunea redresată este u_d .

2. Cazul general. Teorema pozițiilor

Se consideră sistemul trifazat nesimetric general (u_1, u_2, u_3) de secvență directă. Sistemul este nesimetric la modul general, deci prezintă nesimetrie atât de module cât și de unghiuri.

Expresiile generale ale tensiunilor sistemului trifazat sunt:

$$\begin{cases} u_1(x) = U_{m1} \sin(x - x_1) \\ u_2(x) = U_{m2} \sin(x - x_2) \\ u_3(x) = U_{m3} \sin(x - x_3) \end{cases} \quad (1)$$

unde am notat $x = \omega t$.

Notăm cu a, b, c abscisele punctelor de intersecție ale curbelor $u_1(x), u_2(x), u_3(x)$, care se găsesc în intervalul $\left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right)$. Mai exact:

- a corespunde la $u_2 \cap u_3$
- b corespunde la $u_3 \cap u_1$
- c corespunde la $u_1 \cap u_2$

Aceste abscise rezultă din următoarele ecuații:

$$u_2(x) = u_3(x); u_3(x) = u_1(x); u_1(x) = u_2(x);$$

Rezolvând aceste ecuații, se obțin următoarele expresii:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} a &= \frac{U_{m2} \sin x_2 - U_{m3} \sin x_3}{U_{m2} \cos x_2 - U_{m3} \cos x_3} \\ \operatorname{tg} b &= \frac{U_{m3} \sin x_3 - U_{m1} \sin x_1}{U_{m3} \cos x_3 - U_{m1} \cos x_1} \\ \operatorname{tg} c &= \frac{U_{m1} \sin x_1 - U_{m2} \sin x_2}{U_{m1} \cos x_1 - U_{m2} \cos x_2} \end{aligned} \quad (2)$$

De aici rezultă imediat a, b, c [3].

Fără a restrânge generalitatea, alegem ca origine de fază mărimea având amplitudinea maximă și fie u_1 această mărime.

Deci $x_1 = 0$; $0 < x_2 < x_3 < 2\pi$ și $0 < U_{m2} \leq U_{m1}$; $0 < U_{m3} \leq U_{m1}$. În această situație putem lua $U_{m1} = 1$ iar U_{m2} , U_{m3} vor fi numere pozitive subunitare.

Se pot imagina și sisteme trifazate la limită, în care pot interveni unele din următoarele situații: $U_{m2} = 0$; $U_{m3} = 0$; $x_2 = 0$; $x_2 = x_3$; $x_3 = 2\pi$. Aceste sisteme posedă o nesimetrie accentuată.

În aceste condiții (mărimea cu amplitudinea maximă este u_1 și se alege origine de fază) se constată că pot exista 4 cazuri privind poziția relativă a numerelor a , b , c . Vom numi această afirmație teorema pozițiilor.

Teorema pozițiilor poate fi ilustrată prin metoda grafică. Din cele $3! = 6$ situații trebuie să scădem 2 datorită poziției privilegiate a lui u_1 (origine de fază). Demonstrația teoremei pozițiilor este dată în anexele lucrării [3].

Cazurile care pot să existe, după poziția relativă a numerelor a , b , c , sunt următoarele:

Cazul 1: $a < b < c$;

Cazul 2: $a < c < b$;

Cazul 3: $b < c < a$;

Cazul 4: $c < b < a$.

În situații particulare, poate interveni egalitatea între două din numerele a , b , c , de asemenea egalitatea unuia din aceste numere cu $-\frac{\pi}{2}$ sau $+\frac{\pi}{2}$.

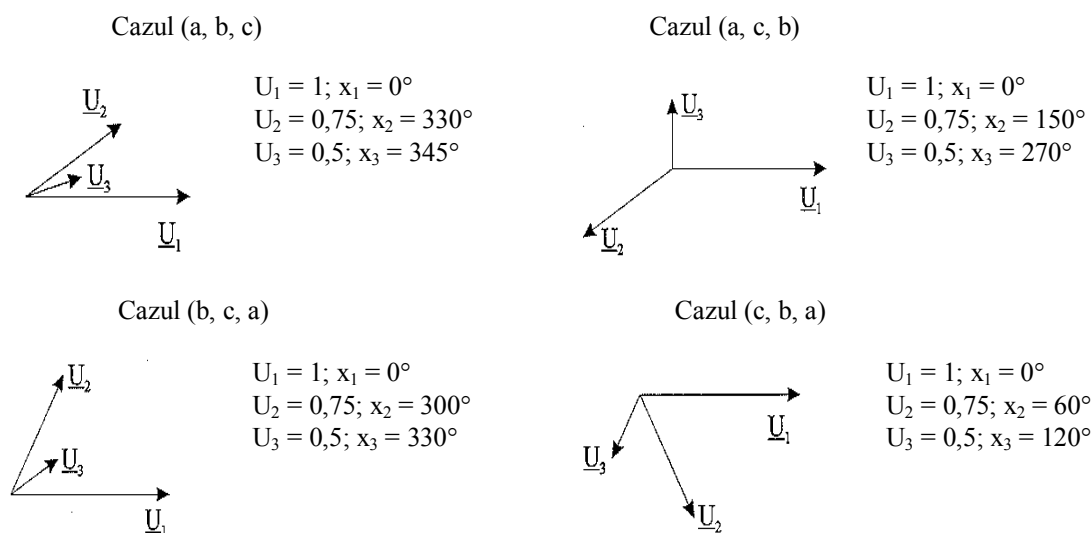


Fig. 2. Exemplificări pentru cele patru cazuri de sisteme nesimetrice.

În figura 2 s-au reprezentat fazorial 4 sisteme la modul general, deci cu nesimetrie atât de module cât și de unghiuri. Sistemele considerate reprezintă cele patru cazuri care pot exista și care au fost prezentate mai înainte.

În toate cazurile, vom nota cu d suma dintre abscisa cea mai mică și numărul π :

$$d = \min(a, b, c) + \pi \quad (3)$$

În fiecare din cazuri, semnalul $u_d(x)$ rezultă periodic cu perioada π [3].

Expresia generală a dezvoltării funcției $u_d(x)$ în serie Fourier este dată de următoarea relație:

$$u_d(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n \frac{\pi}{1} x + b_n \sin n \frac{\pi}{1} x \quad (4)$$

unde $2l = \pi$ este perioada [3].

Deci:

$$u_d(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos 2nx + b_n \sin 2nx \quad (5)$$

În continuare, vom studia pe rând cele patru cazuri.

3. Cazul 1

Acest caz îl numim pe scurt cazul (a, b, c) .

Avem $a < b < c < d$.

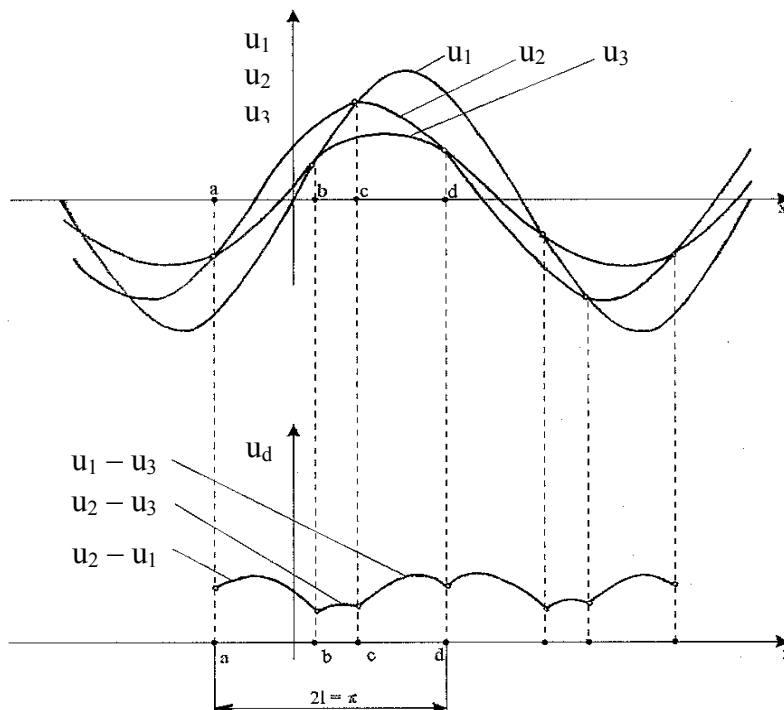


Fig. 3. Sistem nesimetric aparținând cazului 1 și tensiunea u_d corespunzătoare.

În figura 3 s-a prezentat sistemul nesimetric (u_1, u_2, u_3) funcție de x , precum și tensiunea $u_d(x)$.

Se poate scrie:

$$u_d(x) = \begin{cases} u_2(x) - u_1(x), & \text{pentru } a \leq x < b \\ u_2(x) - u_3(x), & \text{pentru } b \leq x < c \\ u_1(x) - u_3(x), & \text{pentru } c \leq x < d \end{cases} \quad (6)$$

Coefficienții dezvoltării în serie Fourier sunt dați de relațiile:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_a^d u_d(x) dx, \quad a_n = \frac{2}{\pi} \int_a^d u_d(x) \cos 2nx dx, \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_a^d u_d(x) \sin 2nx dx \quad (7)$$

Efectuând calculele, se obțin următoarele expresii pentru a_n , b_n , și a_0 .

Pentru coeficientul a_n :

$$\begin{aligned} (4n^2 - 1) \pi a_n = & \\ & -U_{m1} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)b + x_1] - (2n-1) \cos [(2n+1)b - x_1] \} \\ & -U_{m1} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)c + x_1] - (2n-1) \cos [(2n+1)c - x_1] \} \\ & -U_{m2} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)a + x_2] - (2n-1) \cos [(2n+1)a - x_2] \} \\ & +U_{m2} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)c + x_2] - (2n-1) \cos [(2n+1)c - x_2] \} \\ & +U_{m3} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)a + x_3] - (2n-1) \cos [(2n+1)a - x_3] \} \\ & +U_{m3} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)b + x_3] - (2n-1) \cos [(2n+1)b - x_3] \} \end{aligned} \quad (8)$$

Pentru coeficientul b_n :

$$\begin{aligned} (4n^2 - 1) \pi b_n = & \\ & -U_{m1} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)b + x_1] - (2n-1) \sin [(2n+1)b - x_1] \} \\ & -U_{m1} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)c + x_1] - (2n-1) \sin [(2n+1)c - x_1] \} \\ & -U_{m2} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)a + x_2] - (2n-1) \sin [(2n+1)a - x_2] \} \\ & +U_{m2} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)c + x_2] - (2n-1) \sin [(2n+1)c - x_2] \} \\ & +U_{m3} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)a + x_3] - (2n-1) \sin [(2n+1)a - x_3] \} \\ & +U_{m3} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)b + x_3] - (2n-1) \sin [(2n+1)b - x_3] \} \end{aligned} \quad (9)$$

Pentru coeficientul a_0 (termenul liber):

$$\begin{aligned} -\pi a_0 = & \\ & = -U_{m1} [\cos(b - x_1) + \cos(c - x_1)] - \\ & -U_{m2} [\cos(a - x_2) - \cos(c - x_2)] \\ & +U_{m3} [\cos(a - x_3) + \cos(b - x_3)] \end{aligned} \quad (10)$$

4. Cazurile 2, 3 și 4

Aceste cazuri se studiază asemănător, obținându-se seturile de formule respective [3]. De asemenea, în lucrarea [3] s-au analizat separat cazul sistemului simetric, cazul nesimetriei de module (de amplitudini), cazul nesimetriei de unghiuri (de defazaje), cazul anulării unei tensiuni, cazul anulării a două tensiuni și cazul funcționării monofazate.

S-au considerat și sistemele de secvență inversă.

5. Verificarea rezultatelor obținute

S-a realizat compararea rezultatelor obținute prin metoda analitică propusă și prin metoda simulării pe calculator. S-au analizat prin ambele metode opt cazuri particulare de alimentare nesimetrică. Rezultatele obținute prin metoda analitică și prin metoda simulării pe calculator (PSPICE) sunt apropiate, eroarea relativă maximă nedepășind 2,9%. De asemenea, s-au realizat măsurători experimentale utilizând un nanovoltmetru selectiv UNIPAN-tip 233. Valorile măsurate experimental sunt apropiate de cele obținute prin metoda analitică și prin metoda simulării pe calculator.

Scopul final al cercetărilor a fost realizarea unui dispozitiv de protecție antibifazică a motoarelor asincrone trifazate, brevetat (brevet nr. 87118), omologat la S.C. „Relee” Mediaș și asimilat în producția de serie.

Note bibliografice

[1] Sakui, M., Fujita, H. – *Calculation of harmonic currents in a three-phase convertor with unbalanced power supply conditions*; IEE Proceedings – B, Vol.139, No.5, September 1992, pp.478-484.

[2] Popa, V. M., Buduriși, C., Garcia Moreno, E. – *Some Aspects about the Analysis of a Three-Phase Non-Symmetrical Alimentated Bridge with Thyristors*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol.36, Nr.1, Cluj-Napoca, 1995, pag.42-44.

[3] Popa, V. M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*; Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, 1999.

[4] Popa, V. M., Roșca, P. – *Metodă analitică pentru studiul punții de diode alimentată nesimetric*, A doua Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice, Chișinău, 8-9 octombrie 1999, Vol. I, pag. 225-228.

[5] Popa, V. M. – *Studiul punții de diode alimentată nesimetric*; A treia Conferință Națională – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 30 mai - 1 iunie 2003, Volumul III, pag. 105-108.

STUDIUL PUNȚII DE DIODE ALIMENTATĂ NESIMETRIC

Vasile Mircea POPA

THE STUDY OF NON-SYMMETRIC FEED DIODE-BRIDGE

In this paper we are considering a three-phase ideal diode-bridge fed by a non-symmetrical voltage system: $u_k(x) = U_{mk} \sin(x - x_k)$, $k=1,2,3$. Let a, b, c be the Ox coordinates of the intersection points of the curves $u_1(x)$, $u_2(x)$ and $u_3(x)$ with $a, b, c \in (-\pi/2, +\pi/2)$. We obtain the Fourier coefficients of a serial development for direct voltage u_d (there are four cases). Based on these relations, we made up a computer program (called the PDIODE program). This program computes and displays: the degree of asymmetry, the degree of dissymmetry, the Fourier coefficients a_0, a_n, b_n, A_0 for $n=1, 2, \dots, 10$, the global coefficient of non-symmetry (defined in the paper) and graphical representation for direct voltage u_d spectrum. Are presented obtained results with the computer program.

Cuvinte cheie: punte de diode, alimentare nesimetrică, sistem nesimetric de tensiuni, analiză armonică, grad de asimetrie, grad de disimetrie, coeficient global de nesimetrie.

1. Introducere

În lucrarea [3] s-a dezvoltat o metodă analitică pentru studiul punții de diode alimentată nesimetric. Se calculează armonicile de tensiune ale unei punți trifazate de diode cu condiții de alimentare nesimetrică. Rezultatele sunt obținute prin calcule algebrice precise. Efectuând calculele, se obțin coeficienții Fourier ai dezvoltării în serie pentru tensiunea continuă u_d (există patru cazuri). Metoda poate fi ușor extinsă pentru analiza armonică a punții trifazate de tiristoare cu condiții de alimentare nesimetrică.

2. Program de calculator PDIODE

Pe baza metodei analitice s-a elaborat un program de calculator (numit **PDIODE**).

Programul elaborat parcurge următoarele etape:

1. Se introduc ca date inițiale parametrii $U_{m1}, U_{m2}, U_{m3}, x_1, x_2, x_3$; vom pune întotdeauna $U_{m1} = 1$ și $x_1 = 0$; fazele inițiale se pot exprima în grade sau în radiani (opțional).
 2. Se calculează U_h, U_d, U_i precum și gradele de asimetrie și disimetrie $\varepsilon_h, \varepsilon_i$, cu ajutorul formulelor cunoscute; acestea vor fi afișate în final.
 3. Se calculează numitorii și numărătorii expresiilor pentru calculul numerelor a, b, c ; ei sunt notați $n1, n2, n3$, respectiv $m1, m2, m3$. Dacă cel puțin unul dintre numitori este zero, se afișează „caz singular de tip 1” precum și valorile numitorilor. Dacă nu, se calculează numerele a, b, c pe baza relațiilor (3.2).
 4. Dacă avem $a = b$ sau $b = c$ sau $c = a$ se afișează „caz singular de tip 2” precum și valorile lui a, b, c .
 5. Dacă nu, se calculează în unul dintre cele 4 cazuri în care ne putem găsi, cu formulele corespunzătoare valorile lui a_0, a_n, b_n , pentru $n = 1, 2, \dots, 10$. De asemenea, se calculează A_n și se afișează lista coeficienților a_0, a_n, b_n, A_n precum și a, b, c .
 6. Se afișează coeficientul global de nesimetrie $k_n = A_1 + A_2$.
 7. Se afișează reprezentarea grafică a spectrului lui u_d (amplitudinile funcție de ordinul armonicii respective).
- Listingul programului **PDIODE** este prezentat în anexele lucrării [3].

3. Rezultate obținute prin utilizarea programului

Ecranul programului **PDIODE** este prezentat în figura 1. S-a considerat sistemul trifazat nesimetric de tensiuni caracterizat de următorii parametri: $U_{m1} = 1, U_{m2} = 0,75, U_{m3} = 0,5; x_1 = 0^\circ, x_2 = 150^\circ, x_3 = 270^\circ$ (care reprezintă cazul acb) aplicat asupra unei punți de diode ideale. S-a obținut analiza armonică a tensiunii u_d (fig.1.a) și reprezentarea spectrului de armonici (fig. 1.b).

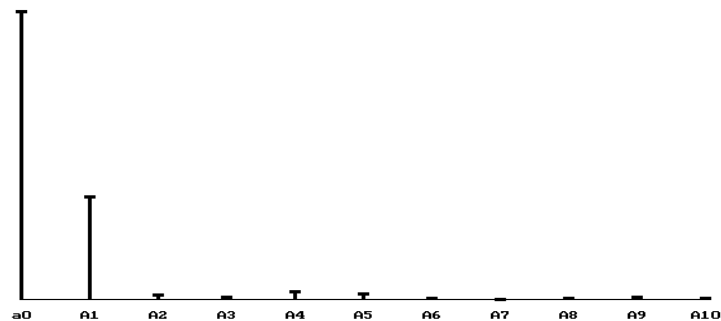
PROGRAM PENTRU ANALIZA PUNȚII DE DIODE IDEALE ALIMENTATE CU UN SISTEM NESIMETRIC DE TENSIUNI (PDIODE).

Introduceți valorile tensiunilor , Um1,Um2,Um3:1 0.75 0.5
Alegeți exprimarea fazelor în radiani sau grade [r/g]:g
Introduceți valorile fazelor inițiale , x1,x2,x3:0 150 270

```
a=-9.3223663069E-01 b= 4.6364760900E-01 c =-2.2353961103E-01
Sintem in cazul : acb
a0= 1.2412070235E+00
a1=-3.9910117761E-01 b1= 1.8673781197E-01 A1= 4.4062768909E-01
a2= 6.8289869380E-03 b2=-1.5205778986E-02 A2= 1.6668856505E-02
a3=-3.2567712774E-03 b3= 1.0190115325E-02 A3= 1.0697897433E-02
a4= 8.9668533640E-03 b4= 3.2923918075E-02 A4= 3.4123142304E-02
a5= 1.4224891016E-02 b5= 1.6447888970E-02 A5= 2.1745817436E-02
a6= 2.0848083423E-03 b6= 1.8542852677E-03 A6= 2.7901253876E-03
a7=-1.1967117158E-03 b7= 9.7157456710E-04 A7= 1.5414525845E-03
a8= 4.5626173602E-03 b8=-2.3736831050E-03 A8= 5.1431360724E-03
a9= 4.1860762919E-03 b9=-6.4031959158E-03 A9= 7.6501080161E-03
a10= 7.0674286465E-04 b10=-3.2440767011E-03 A10= 3.3201685378E-03
Coeficientul global de nesimetrie kn= 4.5729654559E-01
epsilon_h= 1.7113799853E-01 epsilon_i= 3.4768005591E-01
```

a)

acb



b)

Fig.1 Ecranul programului PDIODE (a – analiza armonică, b – spectrul)

S-au analizat și alte cazuri particulare de alimentare nesimetrică. Rezultatele obținute prin metoda analitică (respectiv cu programul **PDIODE**, bazat pe metoda analitică) și prin metoda simulării pe calculator (**PSPICE**) sunt apropiate, eroarea relativă maximă nedepășind 2,9%.

Pentru modelarea și simularea pe calculator a punții de diode alimentată cu un sistem nesimetric de tensiuni și având ca sarcină o rezistență pură, am utilizat produsul soft **PSPICE** al firmei MicroSim Corporation (SUA). În lucrarea [3] s-a prezentat detaliat numai analiza Fourier pentru mărimea u_d . Mai exact, s-au prezentat într-un tabel rezultatele obținute cu metoda analitică și cu metoda simulării **PSPICE** pentru componenta continuă și primele patru armonici, precum și o comparație între aceste rezultate.

De asemenea, s-au măsurat experimental armonicile tensiunii u_d în cazurile următoare: cazul sistemului simetric, cazul anulării unei tensiuni, cazul anulării a două tensiuni și cazul funcționării monofazate. S-a utilizat un nanovoltmetru selectiv UNIPAN tip 233 (Polonia) cu următoarele date tehnice principale: intrare – 1μV ... 100mV; divizor al tensiunii de intrare – 1:1000; frecvența – 1,5 ... 150kHz; selectivitate – 0; 18; 36; 54 dB/octavă.

Tensiunea u_d a fost vizualizată cu ajutorul unui osciloscop HAMEG-HM 203, 20 MHz (Germania).

Datele experimentale au fost obținute pornind de la situația inițială $U_{m1}=U_{m2}=U_{m3}=24V$.

Valorile măsurate experimental sunt apropiate de acelea obținute prin simulare **PSPICE** (eroare relativă maximă 0,9%).

De asemenea s-a făcut analiza armonică a tensiunii u_d , folosind aparatul RFT-Sichtgerat SG1 (Germania). Rezultatele obținute coincid practic cu cele obținute utilizând nanovoltmetrul selectiv.

În concluzie, rezultatele deduse prin metoda analitică, cu ajutorul programului de calculator **PDIODE** (bazat pe metoda analitică), prin simulare pe calculator (**PSPICE**) și prin măsurători experimentale sunt apropiate, ceea ce certifică atât datele obținute cât și metodele utilizate în acest scop.

BIBLIOGRAFIE:

[1] Sakui, M., Fujita, H. – *Calculation of harmonic currents in a three-phase convertor with unbalanced power supply conditions*; IEE Proceedings – B, Vol.139, No.5, September 1992, pp.478-484.

[2] Popa, V.M., Buduriși, C., Garcia Moreno, E. – *Some Aspects about the Analysis of a Three-Phase Non-Symmetrical Alimentated Bridge with Thyristors*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol.36, Nr.1, Cluj-Napoca, 1995, pag.42-44.

[3] Popa, V.M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*; Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, 1999.

STUDIUL PUNȚII DE DIODE ALIMENTATĂ CU SISTEME PARTICULARE NESIMETRICE DE TENSIUNI

Vasile Mircea POPA, Lizeta POPESCU

Abstract. Study of Diode-Bridge Fed by Particular Non-Symmetrical Voltage Systems.

In this paper we are considering a three-phase ideal diode-bridge fed by a non-symmetrical voltage system: $u_1(x) = U_{m1} \sin(x - x_1)$, $u_2(x) = U_{m2} \sin(x - x_2)$ and $u_3(x) = U_{m3} \sin(x - x_3)$. Let a, b, c be the Ox coordinates of the intersection points of the curves $u_1(x)$, $u_2(x)$ and $u_3(x)$ with $a, b, c \in (-\pi/2, \pi/2)$. More precise, a corresponds to $u_2 \cap u_3$, b corresponds to $u_3 \cap u_1$ and c corresponds to $u_1 \cap u_2$. The diode-bridge gives an output voltage that is periodic, but non-sinusoidal. We obtain the Fourier coefficients of a serial development for direct voltage u_d (there are four cases). We also propose a non-symmetry total coefficient that characterizes the non-symmetry of a three-phase system applicable about diode-bridge: $k_n = (A_1 + A_2)/U_{m1}$, where A_1 is the amplitude of the first harmonic and A_2 is the amplitude of the second harmonic.

The paper proposes an analytical method for calculating the harmonic voltages of a three-phase diode-bridge under particular non-symmetrical supply conditions. All the calculations are conducted only by algebraic calculation with high accuracy. By performing those calculations we obtain the Fourier coefficients of serial development for direct voltage u_d and the non-symmetry total coefficients for four cases.

The analytical equations for the harmonic components of the dc voltage in the proposed method are derived using the frequency domain method and the rectifier switching functions.

To demonstrate the usefulness of the proposed method, the results obtained by the proposed method are compared with those obtained by the simulation method, which gives very accurate results. Comparisons between the basic analytical model and the digital simulation results are given to validate the analysis.

1. Introducere

În lucrările [3], [4] s-a considerat cazul general al unei punți de diode alimentată cu un sistem trifazat nesimetric de tensiuni (fig. 1).

Expresiile generale ale tensiunilor sistemului trifazat sunt:

$$\begin{cases} u_1(x) = U_{m1} \sin(x - x_1) \\ u_2(x) = U_{m2} \sin(x - x_2) \\ u_3(x) = U_{m3} \sin(x - x_3) \end{cases} \quad (1)$$

Puntea de diode are ca sarcină un receptor pur rezistiv. Notăm cu a, b, c abscisele punctelor de intersecție ale curbelor $u_1(x)$, $u_2(x)$, $u_3(x)$ care se găsesc în intervalul $(-\pi/2, \pi/2)$.

În lucrările menționate anterior [3], [4] s-a dezvoltat o metodă analitică pentru calculul armonicilor tensiunii redresate u_d (există patru cazuri). S-au obținut formulele generale pentru coeficienții seriei Fourier.

De asemenea, s-a definit un coeficient global de nesimetrie (CGN) care caracterizează nesimetria sistemului trifazat aplicat asupra punții de diode.

Acesta este:

$$k_n = \frac{A_1 + A_2}{U_{m1}} \quad (2)$$

unde A_1 este amplitudinea armoniciei de ordinul 1 iar A_2 este amplitudinea armoniciei de ordinul 2 din tensiunea u_d . Numitorul U_{m1} reprezintă valoarea maximă a tensiunii pe faza întâi. Se poate considera $U_{m1} = 1$, iar U_{m2} , U_{m3} numere pozitive subunitare. În acest fel, fiecărui sistem trifazat nesimetric i se atașază o valoare a coeficientului global de nesimetrie cuprinsă între 0 (pentru sistemul simetric) și 1,018 (pentru sistemul monofazat).

2. Sisteme particulare nesimetrice de tensiuni

Considerăm următoarele sisteme:

a) Cazul sistemului simetric.

Acesta este un caz particular (limită).

Avem:

$$U_{m1} = U_{m2} = U_{m3} = U_m \quad (3)$$

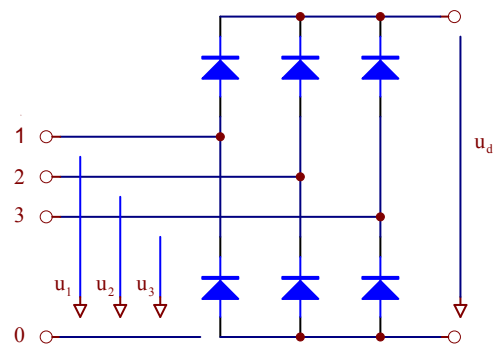


Fig. 1. Punte de diode ideale alimentată nesimetric

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{2\pi}{3}; \quad x_3 = \frac{4\pi}{3} \quad (4)$$

b) Cazul nesimetriei de module (de amplitudini):

$$U_{m1} \neq U_{m2} \neq U_{m3} \quad (5)$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{2\pi}{3}; \quad x_3 = \frac{4\pi}{3} \quad (6)$$

c) Cazul nesimetriei de unghiuri (de defazaje):

$$x_1 = 0; \quad x_2 \neq \frac{2\pi}{3}; \quad x_3 \neq \frac{4\pi}{3} \quad (7)$$

$$U_{m1} = U_{m2} = U_{m3} = U_m \quad (8)$$

d) Cazul anulării unei tensiuni:

$$U_{m1} = U_{m2} = U_m; \quad U_{m3} = 0 \quad (9)$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{2\pi}{3}; \quad x_3 = \frac{4\pi}{3} \quad (10)$$

e) Cazul anulării a două tensiuni:

$$U_{m1} = U_m; \quad U_{m2} = U_{m3} = 0 \quad (11)$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{2\pi}{3}; \quad x_3 = \frac{4\pi}{3} \quad (12)$$

f) Cazul funcționării monofazate:

$$U_{m1} = U_{m2} = U_m; \quad U_{m3} = 0 \quad (13)$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \pi; \quad x_3 = \text{oarecare} \quad (14)$$

Particularizând formulele generale deduse în lucrările [3], [4] se obțin rezultatele particulare respective. Pentru verificare, abordând direct aceste cazuri, se regăsesc aceleași rezultate.

În lucrarea de față prezentăm numai rezultatele obținute în cazurile sistemelor (a) și (f).

a) Cazul sistemului simetric:

$$u_d(x) = \frac{3\sqrt{3}U_m}{\pi} + \frac{6\sqrt{3}U_m}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{36k^2 - 1} \cos 6kx \quad (15)$$

$$k_n = 0 \quad (16)$$

f) Cazul sistemului monofazat:

$$u_d(x) = \frac{4U_m}{\pi} - \frac{8U_m}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\pi}{4n^2 - 1} \quad (17)$$

$$k_n = \frac{48}{15\pi} \approx 1,018 \quad (18)$$

3. Compararea rezultatelor obținute prin metoda analitică și prin metoda simulării pe calculator

S-au analizat prin ambele metode opt cazuri particulare care sunt prezentate în continuare, cu notațiile de la modelarea PSPICE.

1. Cazul sistemului simetric:

Mărimea	Amplitudinea	Faza
V1	100 V	0°
V2	100 V	-120°
V3	100 V	-240°

2. Cazul sistemului nesimetric (anularea unei tensiuni):

Mărimea	Amplitudinea	Faza
V1	100 V	0°
V2	100 V	-120°
V3	0 V	-240°

3. Cazul sistemului nesimetric (anularea a două tensiuni):

Mărimea	Amplitudinea	Faza
V1	100 V	0°
V2	0 V	-120°

V3	0 V	-240°
----	-----	-------

4. Cazul sistemului nesimetric (funcționare monofazată)

Mărimea	Amplitudinea	Faza
V1	100 V	0°
V2	100 V	-180°
V3	0 V	0°

5. Cazul sistemului nesimetric caracterizat de:

Mărimea	Amplitudinea	Faza
V1	100 V	0°
V2	75 V	-330°
V3	50 V	-345°

6. Cazul sistemului nesimetric caracterizat de:

Mărimea	Amplitudinea	Faza
V1	100 V	0°
V2	75 V	-150°
V3	50 V	-270°

7. Cazul sistemului nesimetric caracterizat de:

Mărimea	Amplitudinea	Faza
V1	100 V	0°
V2	75 V	-300°
V3	50 V	-330°

8. Cazul sistemului nesimetric caracterizat de:

Mărimea	Amplitudinea	Faza
V1	100 V	0°
V2	75 V	-60°
V3	50 V	-120°

Rezultatele obținute sunt trecute în tabelul 1.

Tabelul 1

Sistemul trifazat aplicat punții	Frecvența (Hz)	Componenta Fourier pentru V (4,5)	Metoda analitică (programul PDIODE) (V)	Metoda simulării pe calculator (PSPICE) (V)	Eroare relativă (%)
Sistemul 1 (simetric)	0	a ₀	165,3	163,3	-1,2
	100	A ₁	-	-	-
	200	A ₂	-	-	-
	300	A ₃	9,5	9,5	-
	400	A ₄	-	-	-
Sistemul 2 (V3 = 0)	0	a ₀	118,7	116,8	-1,6
	100	A ₁	57,9	57,3	-1
	200	A ₂	3,1	3,1	-
	300	A ₃	0,5	0,49	-2
	400	A ₄	0,73	0,72	-1,3
Sistemul 3 (V3 = 0, V2 = 0)	0	a ₀	63,8	61,9	-2,9
	100	A ₁	42,4	41,8	-1,4
	200	A ₂	8,5	8,4	-1,1
	300	A ₃	3,6	3,5	-2,8
	400	A ₄	2,02	1,96	2,9

Sistemul 4 (monofazat)	0	a_0	127,3	125,3	-1,5
	100	A_1	84,8	83,7	-1,2
	200	A_2	16,9	16,4	-2,9
	300	A_3	7,2	7,0	-2,7
	400	A_4	4,04	3,95	-2,2
Sistemul 5 (caz (a,b,c))	0	a_0	42,7	41,9	-1,8
	100	A_1	12,4	12,3	-0,8
	200	A_2	3,05	2,97	-2,6
	300	A_3	0,82	0,8	-2,4
	400	A_4	0,45	0,44	-2,2
Sistemul 6 (caz (a,c,b))	0	a_0	124,1	122,2	-1,5
	100	A_1	44,0	43,5	-1,1
	200	A_2	1,66	1,62	-2,4
	300	A_3	1,07	1,10	2,8
	400	A_4	3,41	3,31	-2,9
Sistemul 7 (caz (b,c,a))	0	a_0	61,2	59,5	-2,7
	100	A_1	31,2	30,8	-1,2
	200	A_2	2,96	2,89	-2,3
	300	A_3	1,24	1,21	-2,4
	400	A_4	0,56	0,55	-1,7
Sistemul 8 (caz (c,b,a))	0	a_0	91,8	89,9	-2,0
	100	A_1	42,6	42,1	-1,1
	200	A_2	3,05	2,98	-2,2
	300	A_3	1,42	1,38	-2,8
	400	A_4	0,99	1,01	-2,0

Rezultatele obținute prin metoda analitică în cazul sistemelor nesimetrice particulare arătate mai sus au fost comparate cu cele obținute prin metoda simulării pe calculator (PSPICE). Aceste rezultate sunt apropiate, eroarea relativă maximă nedepășind 2,9%, după cum se observă din tabel.

Bibliografie

1. Sakui M., Fujita H. - *Calculation of harmonic currents in a three-phase convertor with unbalanced power supply conditions*; IEE Proceedings-B, Vol.139, No.5, September 1992, pp.478-484
2. Popa V. M., Buduriși, C., Garcia Moreno, E. - *Some Aspects about the Analysis of a Three-Phase Non-Symmetrical Alimentated Bridge with Thyristors*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol.36, Nr.1, Cluj-Napoca, 1995, pag.42-44
3. Popa V. M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, 1999
4. Popa V. M., Roșca P. – *Metodă analitică pentru studiul punții de diode alimentată nesimetric*, A doua Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice, Chișinău, 8-9 octombrie 1999, Volumul I, pag. 225-228
5. Popa V. M., Roșca P. – *Program de calculator pentru studiul punții de diode alimentată nesimetric*, A doua Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice, Chișinău, 8-9 octombrie 1999, Volumul I, pag. 229-230

Date autori

Vasile Mircea Popa, conf. dr. ing., Universitatea "Lucian Blaga", Facultatea de Inginerie, Sibiu, România
Lizeta Popescu, șef lucr. dr. ing., Universitatea "Lucian Blaga", Facultatea de Inginerie, Sibiu, România

ASPECTE EXPERIMENTALE ȘI SINTETICE PRIVIND PUNTEA TRIFAZATĂ DE DIODE ALIMENTATĂ NESIMETRIC

Vasile Mircea Popa

Universitatea „Lucian Blaga” Sibiu
Facultatea de Inginerie „Hermann Oberth”

Abstract

In the paper is considered a three-phase diode-bridge fed by a non-symmetrical voltage system. The paper presents in the first part a complete modeling using the PSPICE computer package concerning a non-symmetrical supplied diode-bridge.

In the second part, a experimental measurements and a synthetical aspects regarding diode-bridge are presented. For making a test of the measurement precision, the results obtained from the experimental measurements are compared with those obtained with the simulation method, using the PSPICE environments. Experimental measured values are near to those obtained by using digital simulation (maximum relative error: 0,9%).

At the end of the paper we indicate the references.

1. Introducere

În lucrările [3], [4], [9] s-a considerat cazul general al unei punți de diode alimentată cu un sistem trifazat nesimetric de tensiuni. Puntea de diode are ca sarcină un receptor pur rezistiv. În lucrările menționate anterior s-a dezvoltat o metodă analitică pentru calculul armonicilor tensiunii redresate u_d (există patru cazuri). S-au obținut formulele generale pentru coeficienții seriei Fourier.

În cele ce urmează vom analiza puntea de diode alimentând un receptor pur rezistiv. Se va prezenta pe scurt metoda analitică exactă de calcul amintită anterior și apoi se prezintă rezultatele măsurătorilor experimentale efectuate, comparate cu cele obținute prin modelare și simulare PSPICE.

Se va studia forma de undă a tensiunii redresate u_d precum și spectrul de armonici al tensiunii u_d .

Considerăm o punte trifazată de diode ideale alimentată cu un sistem trifazat nesimetric de tensiuni (fig.1).

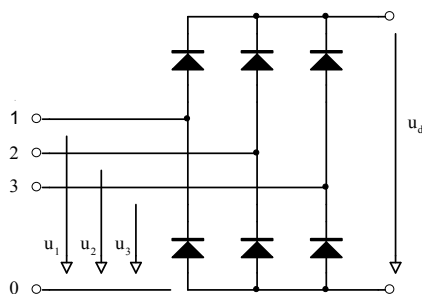


Fig. 1 Punte de diode ideale alimentată nesimetric.

Sistemul trifazat nesimetric de tensiuni este notat (u_1, u_2, u_3) . Tensiunea redresată este u_d .

2. Metoda analitică

În lucrările [3], [4], [9] s-a prezentat o metodă analitică pentru calculul spectrului de armonici al tensiunii redresate u_d . S-au considerat expresiile generale ale tensiunilor sistemului trifazat $u_1(x)$, $u_2(x)$, $u_3(x)$ și s-au determinat abscisele punctelor de intersecție ale acestor curbe care se găsesc în intervalul $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Aceste abscise s-au notat cu a , b , c . Se constată că există patru cazuri privind poziția relativă a numerelor a , b , c , afirmație care a fost numită teorema pozițiilor. În fiecare din cele patru cazuri, tensiunea $u_d(x)$ rezultă periodică cu perioada π . S-a considerat dezvoltarea funcției $u_d(x)$ în serie Fourier și s-au obținut expresiile analitice ale coeficienților dezvoltării a_0 , a_n , b_n în cele patru cazuri. S-au analizat prin metoda analitică și o serie de cazuri particulare ale sistemului de alimentare. Pe baza metodei analitice s-a elaborat un program de calculator (numit PDIODE), care realizează analiza armonică a tensiunii u_d pentru diverse sisteme trifazate de alimentare ale punții.

3. Metoda simulării pe calculator

Pentru modelarea și simularea pe calculator a punții de diode alimentată cu un sistem nesimetric de tensiuni și având ca sarcină o rezistență pură, am utilizat produsul soft PSPICE al firmei MicroSim Corporation (SUA). În

figura 2 este prezentată schema electrică a unei punți trifazate de diode, cu numerotarea corespunzătoare a nodurilor.

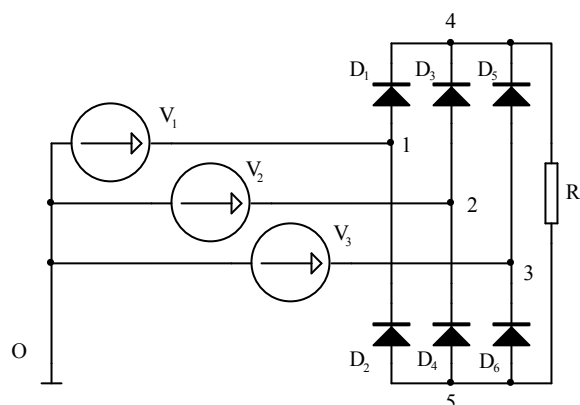


Fig. 2 Puntea de diode pentru modelarea PSPICE

Fiecare dintre tensiunile V_1 , V_2 , V_3 au fost generate în cadrul programului PSPICE folosind instrucțiunea pentru specificarea surselor de tensiune sinusoidală SIN.

Sintaxa acestei instrucțiuni este:

SIN (< vo > < va > < f > < td > < df > < faza >)

și poate defini pe cazul cel mai general un semnal sinusoidal amortizat.

Explicitarea parametrilor din instrucțiunea de mai sus este redată în tabelul următor.

Tabelul 1

Parametri	Valoarea implicită	Unitate
vo – tensiunea de offset	–	volt
va – amplitudinea	–	volt
f – frecvența	1/TSTOP	hertz
td – întârzierea	0	secunde
df – factor de amortizare	0	secunde
faza – defazajul semnalului	0	grade

Am folosit $vo = 0$, $td = 0$, $df = 0$.

Utilizăm diode pentru care sunt specificați în cadrul instrucțiunii MODEL parametrii de model: IS (curentul de saturație al joncțiunii) și BV (tensiunea de străpungere a joncțiunii).

S-a utilizat modelul de diodă: MODEL DI D(IS = $2e^{-15}$ BV = 1000). Rezistența de sarcină R1 are valoarea 1 k Ω .

Folosind modelul de punte prezentat mai sus, s-a făcut analiza PSPICE pentru mai multe cazuri, relizându-se următoarele: analiza tranzitorie (cu pasul 5 ms) pentru mărimile $V(1)$, $V(2)$, $V(3)$, $V(4,5)$; reprezentarea funcției de timp a mărimilor $V(1)$, $V(2)$, $V(3)$, $V(4,5)$, pe intervalul 0...40 ms; analiza Fourier pentru mărimea $V(4,5)$; reprezentarea spectrului de armonici pentru mărimea $V(4,5)$.

Rezultatele obținute în urma analizei cu programul PSPICE concordă cu rezultatele obținute prin metoda analitică (respectiv cu programul PDIODE care are la bază această metodă).

În continuare vom prezenta detaliat numai analiza Fourier pentru mărimea $V(4,5) = u_d$. În unele lucrări anterioare [3], [4], [9] s-au prezentat rezultatele obținute cu metoda analitică și cu metoda simulării PSPICE pentru componenta continuă și primele patru armonici, precum și o comparație între aceste rezultate. În cazul simulării PSPICE, amplitudinea tensiunii maxime $V(1)$ este de 100 V și prin urmare rezultatele metodei analitice au fost amplificate de 100 de ori pentru a fi comparate cu acelea de la analiza Fourier, unde s-a considerat $U_{m1} = 100$ V. Prin alegerea acestei tensiuni de 100 V s-a urmărit reducerea erorii produse de căderea de tensiune pe diode în conducție directă (de cca. 0,8 V). Frecvența centrală a analizei Fourier a fost de 50 Hz.

4. Măsurători experimentale

Pentru verificarea rezultatelor obținute prin metoda analitică și prin metoda simulării pe calculator s-au măsurat experimental armonicile tensiunii u_d în cazurile următoare: cazul sistemului simetric, cazul anulării unei tensiuni, cazul anulării a două tensiuni și cazul funcționării monofazate.

S-a utilizat un nanovoltmetru selectiv UNIPAN-tip 233 (Polonia) cu următoarele date tehnice principale: intrare: $1\mu\text{V} \dots 100$ mV; divizor al tensiunii de intrare: 1 : 1000; frecvența: 1,5 ... 150 kHz; selectivitate: 0; 18; 36; 54 dB/octavă.

Tensiunea u_d a fost vizualizată cu ajutorul unui osciloscop HAMEG-HM 203, 20 Mhz (Germania).

S-au obținut următoarele date experimentale, pornind de la situația inițială $U_{m1} = U_{m2} = U_{m3} = 24\text{V}$:

Tabelul 2

Sistemul trifazat aplicat punții	Frecvența (Hz)	Componenta Fourier pentru u_d	Valori măsurate experimental (V)	Valori obținute prin simulare PSPICE (V)	Eroare relativă (%)
Sistemul 1 (simetric)	0	a_0	39,3	39,2	0,2
	300	A_3	2,26	2,28	-0,8
	600	A_6	0,480	0,484	-0,8
Sistemul 2 ($u_3 = 0$)	0	a_0	28,1	28	0,3
	100	A_1	13,7	13,75	-0,4
	200	A_2	0,745	0,750	-0,6
Sistemul 3 ($u_3 = 0, u_2 = 0$)	0	a_0	14,9	14,8	0,6
	100	A_1	9,95	10	-0,5
	200	A_2	1,99	2,01	-0,9
	300	A_3	0,81	0,815	-0,6

Sistemul 4 (monofazat)	0	a_0	30,16	30,1	0,2
	100	A_1	20,15	20	0,7
	200	A_2	3,9	3,93	-0,7
	300	A_3	1,67	1,68	-0,6

Valorile măsurate experimental sunt apropiate de acelea obținute prin simulare PSPICE (eroare relativă maximă 0,9%).

De asemenea s-a făcut analiza armonică a tensiunii u_d , folosind aparatul RFT-Sichtgerät SG1 (Germania). Rezultatele obținute coincid practic cu acelea din tabelul 1.

5. Concluzii

În legătură cu puntea trifazată de diode alimentată nesimetric, s-au realizat o serie de cercetări, prezentate în lucrările arătate în lista bibliografică. S-a elaborat o metodă analitică exactă pentru calculul armonicilor tensiunii redresate (există patru cazuri pentru prezentarea formulelor generale). De asemenea, s-au analizat prin metoda analitică șase situații particulare de sisteme trifazate de tensiuni de alimentare. S-a realizat apoi simularea pe calculator folosind mediul PSPICE. Rezultatele obținute prin metoda analitică (respectiv prin programul de calculator PDIODE, bazat pe metoda analitică) în cazul a opt sisteme nesimetrice particulare au fost comparate cu cele obținute prin metoda simulării pe calculator (PSPICE). Aceste rezultate sunt apropiate, eroarea relativă maximă nedepășind 2,9%.

S-au făcut și măsurători experimentale, măsurând armonicile tensiunii u_d cu ajutorul unui nanovoltmetru selectiv UNIPAN tip 233 (Polonia). Aceste măsurători s-au realizat pentru patru sisteme particulare de tensiuni, arătate în lucrarea de față. Valorile măsurate experimental ale amplitudinilor armonicilor sunt apropiate de cele obținute prin simulare PSPICE (eroare relativă maximă 0,9%).

De asemenea, s-a introdus un coeficient global de nesimetrie și s-a realizat o aplicație tehnică a caracterizării nesimetriei unui sistem trifazat prin coeficientul global de nesimetrie (CGN). Este vorba de un releu pentru protecția motoarelor asincrone trifazate la întreruperea unei faze de alimentare, care a fost brevetat (brevet OSIM nr. 87118). S-a realizat un model experimental care a fost testat pe standul pentru încercarea motoarelor electrice, stand care a fost construit prin autodotare în laboratorul de electrotehnică [3].

Proiectarea dispozitivului de protecție antibifazică s-a realizat în cadrul unui contract de cercetare-proiectare încheiat cu întreprinderea S.C. „RELEE” S.A. Mediaș [3]. Dispozitivul de protecție antibifazică a fost omologat la S.C. „RELEE” S.A. Mediaș și a fost asimilat în producția de serie, existând posibilitatea producerii lui funcție de cerințele beneficiarilor din industrie.

Note bibliografice

[1] Sakui M., Fujita H. - *Calculation of harmonic currents in a three-phase convertor with unbalanced power supply conditions*; IEE Proceedings-B, Vol. 139, No.5, September 1992, pp.478-484

[2] Popa V. M., Buduriși, C., Garcia Moreno, E. - *Some Aspects about the Analysis of a Three-Phase Non-Symmetrical Alimentated Bridge with Thyristors*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr.1, Cluj-Napoca, 1995, pag.42-44

[3] Popa V. M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, 1999

[4] Popa V. M., Roșca P. – *Metodă analitică pentru studiul punții de diode alimentată nesimetric*, A doua Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice, Chișinău, 8-9 octombrie 1999, Volumul I, pag. 225-228

[5] Popa V. M., Roșca P. – *Program de calculator pentru studiul punții de diode alimentată nesimetric*, A doua Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice, Chișinău, 8-9 octombrie 1999, Volumul I, pag. 229-230

[6] Popa, V. M., Popescu, L. – *Studiul punții de diode alimentată cu sisteme particulare nesimetrice de tensiuni*, A treia Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice și Energetice SIELMEN - 2001, Chișinău, 4-6 octombrie 2001, volumul III, ISBN 9975-9638-8-9, pag.173-176

[7] Popa, V. M., Popescu, L. – *Măsurători experimentale privind puntea de diode alimentată nesimetric*, A treia Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice și Energetice SIELMEN - 2001, Chișinău, 4-6 octombrie 2001, volumul III, ISBN 9975-9638-8-9, pag.165-166

[8] Popa, V. M. – *Studiul punții de diode alimentată nesimetric*, Lucrările celei de A Treia Conferințe Naționale – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 30-31 mai; 1 iunie 2003, Volumul „Știință și Inginerie” (vol. III), ISBN 973-8130-82-4; ISBN 973-8466-03-2, pag.105-108

[9] Popa, V. M. – *Studiul analitic al punții trifazate de diode alimentate nesimetric*, A VI-a Sesiune de comunicări științifice, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 4 noiembrie 2005, Extras, ISBN 973-7998-23-5, pag.199-204

[10] Popa, V. M. – *Analiza punții de diode alimentată cu sisteme de tensiuni nesimetrice*, Lucrările celei de A VI-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 2-3 iunie 2006; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 9), ISBN 10 973-8130-82-4, pag.309-314

VASILE MIRCEA POPA

COEFICIENT GLOBAL DE NESIMETRIE PENTRU SISTEME TRIFAZATE

Prof. dr. ing. Vasile Mircea Popa
 Universitatea „Lucian Blaga” Sibiu
 Facultatea de Inginerie „Hermann Oberth”
 Telefon: 0269-216062 – int. 481
 Fax: 0269-212716
 E-mail: popavm@yahoo.com

Rezumat

În lucrarea de față se prezintă un coeficient global de nesimetrie pentru caracterizarea nesimetriei sistemelor trifazate de tensiuni și curenți. Se analizează puntea de diode alimentată cu un sistem nesimetric de tensiuni, printr-o metodă analitică exactă. Se definește în continuare coeficientul global de nesimetrie. Se prezintă apoi un program de calculator pentru reprezentarea variației coeficientului global de nesimetrie (**VARK**). În final se arată unele concluzii și observații.

Abstract

This paper presents a global coefficient of non-symmetry for characterizing the non-symmetry of three-phased voltage and current systems. Through an accurate analytical method, we analyse the diode-bridge under non-symmetrical supply conditions. Then we define the global coefficient of non-symmetry. We also present a computer program for representing the variation of the global coefficient of non-symmetry (**VARK**). Finally, we draw the conclusions and make some observations.

Cuvinte cheie (descriptori): sistem trifazat nesimetric, grad de asimetrie, grad de disimetrie, punte de diode, alimentare nesimetrică, analiză armonică, coeficient global de nesimetrie.

1. Introducere

Unul din aspectele importante ale îmbunătățirii calității energiei electrice la consumatorii trifazați este compensarea dezechilibrului acestora. Această compensare are mari avantaje tehnice și economice, fiind o problemă complexă sub aspect teoretic și practic. În general, problema trebuie rezolvată în corelare cu necesitatea compensării și a armonicilor superioare și a îmbunătățirii factorului de putere [4], [7], [12].

Pentru analiza și caracterizarea sistemelor trifazate nesimetrice sunt utilizate în electrotehnică componentele simetrice precum și sistemul de componente $(\alpha, \beta, 0)$ [3], [11].

Teoria coordonatelor (componentelor) simetrice a fost introdusă în electrotehnică de către Stokvis (1915) și Fortescue (1918). Ea se bazează pe ideea descompunerii unui sistem trifazat nesimetric în trei sisteme simetrice: sistemul direct, sistemul invers și sistemul homopolar. Teorema Stokvis - Fortescue ne asigură că o astfel de descompunere este întotdeauna posibilă și este unică. [1], [6], [10], [11].

Nesimetria unui sistem trifazat $(\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3)$ este apreciată cu ajutorul gradului de disimetrie și al gradului de asimetrie:

$$\varepsilon_i = \frac{U_i}{U_d}; \varepsilon_h = \frac{U_h}{U_d}$$

În electrotehnică, un sistem trifazat este considerat simetric dacă atât gradul de disimetrie cât și gradul de asimetrie sunt mai mici decât 0,05 [11]. Gradul de disimetrie (asimetrie) mai este denumit uneori factor de disimetrie (asimetrie).

Gradul de disimetrie mai este denumit coeficient de nesimetrie inversă, iar gradul de asimetrie, coeficient de nesimetrie homopolară.

Ambele aceste mărimi sunt cuprinse în cadrul normelor internaționale.

O extindere a acestor noțiuni este făcută în lucrarea [5]. Astfel se definesc gradul de disimetrie complex și gradul de asimetrie complex:

$$\underline{\varepsilon}_i = \frac{\underline{U}_i}{\underline{U}_d} = \varepsilon_i e^{j\theta_i}; \quad \underline{\varepsilon}_h = \frac{\underline{U}_h}{\underline{U}_d} = \varepsilon_h e^{j\theta_h}.$$

unde θ_i este unghiul dintre \underline{U}_i și \underline{U}_d iar θ_h este unghiul dintre \underline{U}_h și \underline{U}_d . În aceeași lucrare sunt indicate metode pentru determinarea acestor coeficienți și pentru măsurarea componentelor simetrice.

Pentru caracterizarea gradului de nesimetrie introdus în rețele electrice de consumatori dezechilibrați s-au propus în lucrarea [4] următorii indicatori:

$$k_p = \frac{P_n}{P_s}; \quad k_Q = \frac{Q_n}{Q_s}.$$

unde P_n este puterea activă de nesimetrie: $P_n = P_h + P_i$, iar P_s este puterea activă de simetrie: $P_s = P_d$.

Asemănător pentru puterea reactivă:

$$Q_n = Q_h + Q_i; \quad Q_s = Q_d.$$

Acești indicatori se numesc rapoarte de nesimetrie.

Pentru caracterizarea nesimetriei sistemelor trifazate de tensiuni și de curenți ce apar în circuitele trifazate dezechilibrate se propune în lucrarea de față un coeficient global de nesimetrie.

2. Puntea de diode alimentată cu un sistem nesimetric de tensiuni

În cele ce urmează vom analiza puntea de diode alimentând un receptor pur rezistiv. Se va prezenta o metodă analitică exactă de calcul, o metodă de simulare pe calculator și o comparație între rezultatele obținute prin cele două metode [7], [8], [9].

Se va studia forma de undă a tensiunii redresate u_d precum și spectrul de armonici al tensiunii u_d .

De asemenea, vom prezenta rezultatele măsurătorilor experimentale efectuate în laborator.

2.1 Metoda analitică

Considerăm o punte trifazată de diode ideale alimentată cu un sistem trifazat nesimetric de tensiuni (fig. 1).

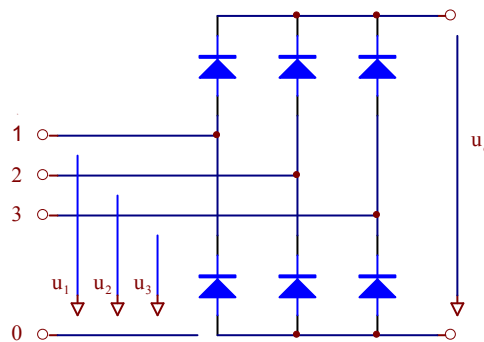


Fig. 1 Punte de diode ideale alimentată nesimetric

Sistemul trifazat nesimetric de tensiuni este notat (u_1, u_2, u_3) . Tensiunea redresată este u_d .

2.1.1 Considerarea cazului general. Teorema pozițiilor

Se consideră sistemul trifazat nesimetric general (u_1, u_2, u_3) de secvență directă. Sistemul este nesimetric la modul general, deci prezintă nesimetrie atât de module cât și de unghiuri.

Expresiile generale ale tensiunilor sistemului trifazat sunt:

$$\begin{cases} u_1(x) = U_{m1} \sin(x - x_1) \\ u_2(x) = U_{m2} \sin(x - x_2) \\ u_3(x) = U_{m3} \sin(x - x_3) \end{cases}$$

unde am notat $x = \omega t$ [6], [10], [11].

Notăm cu a, b, c abscisele punctelor de intersecție ale curbelor $u_1(x), u_2(x), u_3(x)$, care se găsesc în intervalul $\left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right)$. Mai exact:

- a corespunde la $u_2 \cap u_3$; - b corespunde la $u_3 \cap u_1$; - c corespunde la $u_1 \cap u_2$

Aceste abscise rezultă din următoarele ecuații:

$$u_2(x) = u_3(x); u_3(x) = u_1(x); u_1(x) = u_2(x);$$

Rezolvând aceste ecuații, se obțin următoarele expresii:

$$\operatorname{tg} a = \frac{U_{m2} \sin x_2 - U_{m3} \sin x_3}{U_{m2} \cos x_2 - U_{m3} \cos x_3}; \quad \operatorname{tg} b = \frac{U_{m3} \sin x_3 - U_{m1} \sin x_1}{U_{m3} \cos x_3 - U_{m1} \cos x_1}; \quad \operatorname{tg} c = \frac{U_{m1} \sin x_1 - U_{m2} \sin x_2}{U_{m1} \cos x_1 - U_{m2} \cos x_2}$$

De aici rezultă imediat a, b, c [7].

Fără a restrânge generalitatea, alegem ca origine de fază mărimea având amplitudinea maximă și fie u_1 această mărime.

Deci $x_1 = 0$; $0 < x_2 < x_3 < 2\pi$ și $0 < U_{m2} \leq U_{m1}$; $0 < U_{m3} \leq U_{m1}$. În această situație putem lua $U_{m1} = 1$ iar U_{m2}, U_{m3} vor fi numere pozitive subunitare.

Se pot imagina și sisteme trifazate la limită, în care pot interveni unele din următoarele situații:

$U_{m2} = 0; U_{m3} = 0; x_2 = 0; x_2 = x_3; x_3 = 2\pi$. Aceste sisteme posedă o nesimetrie accentuată.

În aceste condiții (mărimea cu amplitudinea maximă este u_1 și se alege origine de fază) se constată că pot exista 4 cazuri privind poziția relativă a numerelor a, b, c . Vom numi această afirmație teorema pozițiilor.

Teorema pozițiilor poate fi ilustrată prin metoda grafică. Din cele $3! = 6$ situații trebuie să scădem 2 datorită poziției privilegiate a lui u_1 (origine de fază). Demonstrația teoremei pozițiilor este dată în anexele lucrării [7].

Cazurile care pot să existe, după poziția relativă a numerelor a, b, c , sunt următoarele:

Cazul 1: $a < b < c$; cazul 2: $a < c < b$; cazul 3: $b < c < a$; cazul 4: $c < b < a$.

În situații particulare, poate interveni egalitatea între două din numerele a, b, c , de asemenea egalitatea unuia din aceste numere cu $-\frac{\pi}{2}$ sau $+\frac{\pi}{2}$.

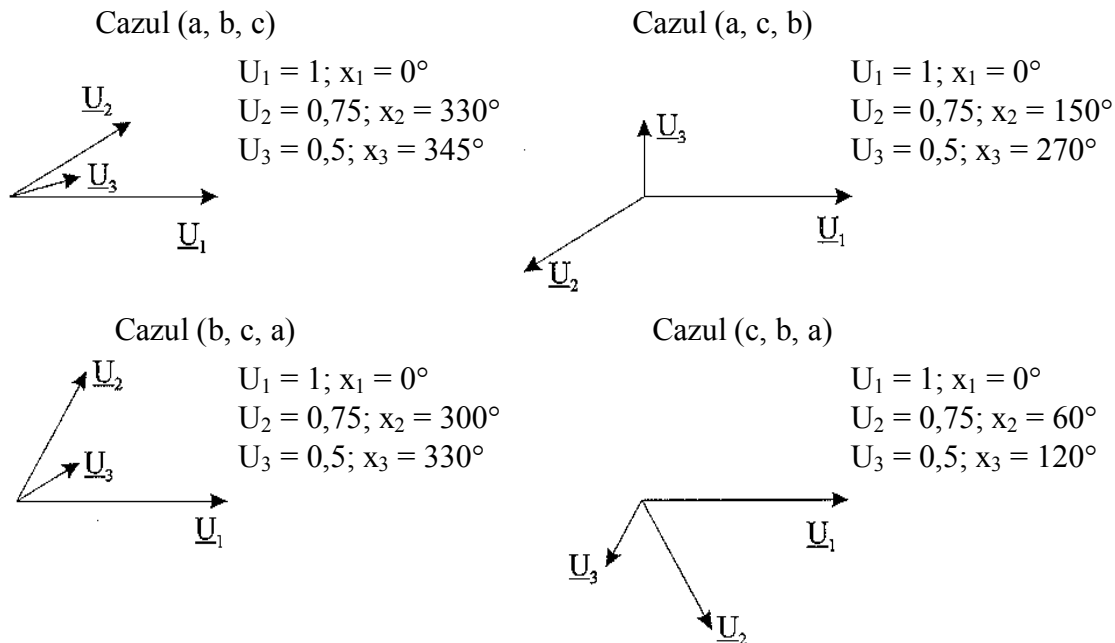


Fig. 2 Exemplificări pentru cele patru cazuri de sisteme nesimetrice

În figura 2 s-au reprezentat fazorial 4 sisteme la modul general, deci cu nesimetrie atât de module cât și de unghiuri. Sistemele considerate reprezintă cele patru cazuri care pot exista și care au fost prezentate mai înainte.

În toate cazurile, vom nota cu d suma dintre abscisa cea mai mică și numărul π :

$$d = \min(a, b, c) + \pi$$

În fiecare din cele 4 cazuri, semnalul $u_d(x)$ rezultă periodic cu perioada π [7].

Expresia generală a dezvoltării funcției $u_d(x)$ în serie Fourier este dată de următoarea relație:

$$u_d(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n \frac{\pi}{1} x + b_n \sin n \frac{\pi}{1} x \quad (1)$$

unde $2l = \pi$ este perioada. [6], [10], [11].

Deci:
$$u_d(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos 2nx + b_n \sin 2nx \quad (2)$$

În continuare, vom studia pe rând cele patru cazuri.

2.1.2 Cazul I

Acest caz îl numim pe scurt cazul (a, b, c).

Avem $a < b < c < d$.

În figura 3 se prezintă sistemul nesimetric (u_1, u_2, u_3) funcție de x , precum și tensiunea $u_d(x)$.

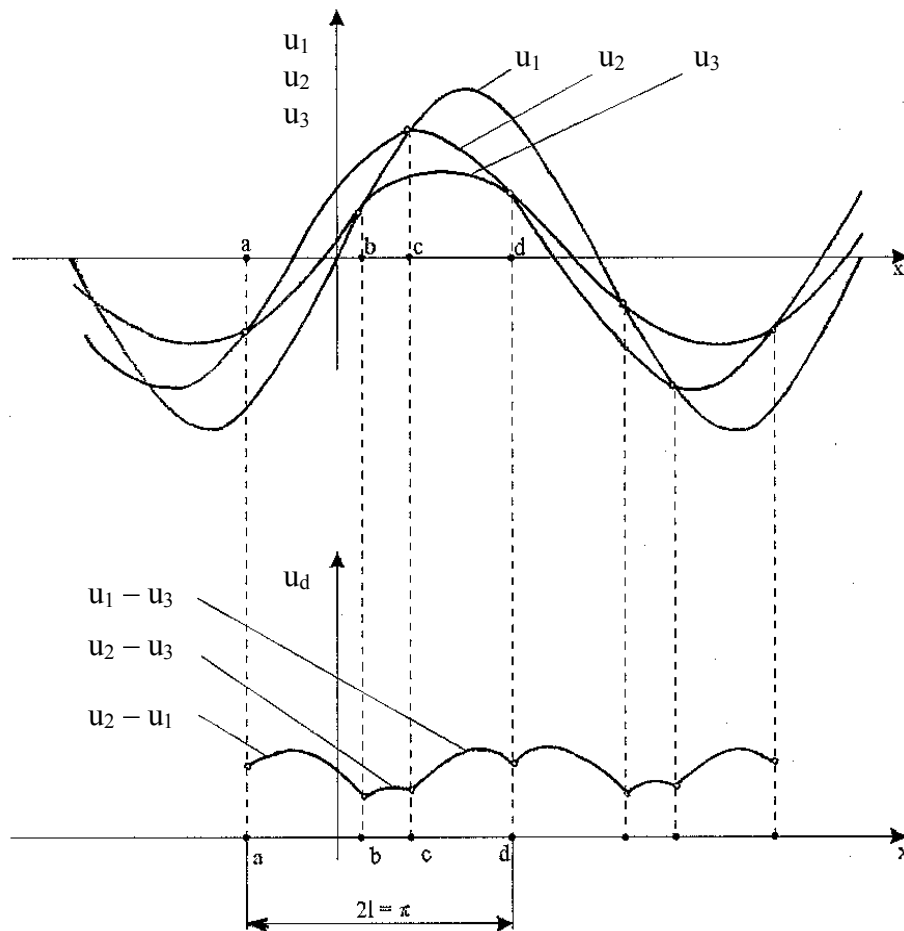


Fig. 3 Sistem nesimetric aparținând cazului 1 și tensiunea u_d corespunzătoare

Se poate scrie:

$$u_d(x) = \begin{cases} u_2(x) - u_1(x), & \text{pentru } a \leq x < b \\ u_2(x) - u_3(x), & \text{pentru } b \leq x < c \\ u_1(x) - u_3(x), & \text{pentru } c \leq x < d \end{cases} \quad (3)$$

Coeficienții dezvoltării în serie Fourier sunt dați de relațiile:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_a^d u_d(x) dx ; a_n = \frac{2}{\pi} \int_a^d u_d(x) \cos 2nx dx ; b_n = \frac{2}{\pi} \int_a^d u_d(x) \sin 2nx dx . \quad (4)$$

Efectuând calculele, se obțin următoarele expresii pentru a_n, b_n , și a_0 .

Pentru coeficientul a_n :

$$\begin{aligned}
& (4n^2 - 1) \pi a_n = \\
& = -U_{m1} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)b + x_1] - (2n-1) \cos [(2n+1)b - x_1] \} \\
& - U_{m1} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)c + x_1] - (2n-1) \cos [(2n+1)c - x_1] \} \\
& - U_{m2} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)a + x_2] - (2n-1) \cos [(2n+1)a - x_2] \} \\
& + U_{m2} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)c + x_2] - (2n-1) \cos [(2n+1)c - x_2] \} \\
& + U_{m3} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)a + x_3] - (2n-1) \cos [(2n+1)a - x_3] \} \\
& + U_{m3} \{ (2n+1) \cos [(2n-1)b + x_3] - (2n-1) \cos [(2n+1)b - x_3] \}
\end{aligned} \tag{5}$$

Pentru coeficientul b_n :

$$\begin{aligned}
& (4n^2 - 1) \pi b_n = \\
& = -U_{m1} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)b + x_1] - (2n-1) \sin [(2n+1)b - x_1] \} \\
& - U_{m1} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)c + x_1] - (2n-1) \sin [(2n+1)c - x_1] \} \\
& - U_{m2} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)a + x_2] - (2n-1) \sin [(2n+1)a - x_2] \} \\
& + U_{m2} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)c + x_2] - (2n-1) \sin [(2n+1)c - x_2] \} \\
& + U_{m3} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)a + x_3] - (2n-1) \sin [(2n+1)a - x_3] \} \\
& + U_{m3} \{ (2n+1) \sin [(2n-1)b + x_3] - (2n-1) \sin [(2n+1)b - x_3] \}
\end{aligned} \tag{6}$$

Pentru coeficientul a_0 (termenul liber):

$$\begin{aligned}
& -\pi a_0 = \\
& = -U_{m1} [\cos(b - x_1) + \cos(c - x_1)] - \\
& - U_{m2} [\cos(a - x_2) - \cos(c - x_2)] \\
& + U_{m3} [\cos(a - x_3) + \cos(b - x_3)]
\end{aligned} \tag{7}$$

2.1.3 Cazurile II, III și IV

Aceste cazuri se tratează asemănător cazului I, obținându-se seturile de formule respective [7].

2.1.4 Cazul sistemului simetric

În acest caz particular (caz limită) avem:

$$U_{m1} = U_{m2} = U_{m3} = U_m; \quad x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{2\pi}{3}; \quad x_3 = \frac{4\pi}{3}$$

Particularizând formulele generale (sau abordând direct acest caz) obținem:

$$b_n = 0 \text{ (pentru orice } n). \tag{8}$$

$$a_n = \begin{cases} \frac{6\sqrt{3}(-1)^{k+1} U_m}{\pi(36k^2 - 1)}, \text{ pentru } n = 3k \\ 0, \text{ pentru } n = 3k - 1 \\ 0, \text{ pentru } n = 3k - 2 \end{cases} \tag{9}$$

$$\text{unde } k \geq 1. \quad a_0 = \frac{3\sqrt{3}U_m}{\pi}. \tag{10}$$

Descompunerea în serie Fourier a tensiunii $u_d(x)$ este următoarea:

$$u_d(x) = \frac{3\sqrt{3}U_m}{\pi} + \frac{6\sqrt{3}U_m}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{36k^2 - 1} \cos 6kx \tag{11}$$

Se observă că amplitudinea armonicilor corespunde lui $n = 1$ este nulă: $A_1 = 0$. De asemenea, avem și $A_2 = 0$.

2.1.5 Cazul funcționării monofazate

În acest caz, $u_3 = 0$ deci $U_{m3} = 0$.

Vom avea condițiile:

$$U_{m1} = U_{m2} = U_m$$

$$U_{m3} = 0; x_1 = 0; x_2 = \pi; x_3 \text{ oarecare}$$

Particularizând formulele generale din cazul (a, c, b) sau (b, c, a) obținem:

$$a_n = -\frac{8U_m}{\pi(4n^2 - 1)}; a_0 = \frac{4U_m}{\pi}; b_n = 0. \quad (12)$$

Descompunerea în serie Fourier a tensiunii $u_d(x)$ este următoarea:

$$u_d(x) = \frac{4U_m}{\pi} - \frac{8U_m}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2nx}{4n^2 - 1} \quad (13)$$

Amplitudinea armonicilor fundamentale este:

$$A_1 = \frac{8U_m}{3\pi}; A_1 \approx 0,848 U_m. \quad (14)$$

2.2 Unele observații privind puntea de diode alimentată nesimetric

Se pot analiza și alte situații de alimentare cu sisteme nesimetrice particulare de tensiuni [7]. De asemenea, se pot considera și sisteme de secvență inversă. Pe baza metodei analitice prezentate anterior s-a elaborat un program de calculator (numit **PDIODE**) care ne furnizează pentru diverse sisteme nesimetrice de alimentare primele 10 armonici ale lui u_d , coeficientul global de nesimetrie, gradul de asimetrie, gradul de disimetrie, precum și reprezentarea grafică a spectrului lui u_d (amplitudinile funcției de ordinul armonicilor respective). S-au comparat rezultatele obținute prin metoda analitică (respectiv cu programul **PDIODE**, bazat pe metoda analitică) cu rezultatele simulării pe calculator (**PSPICE**). Rezultatele sunt apropiate, eroarea relativă maximă nedepășind 2,9%. De asemenea, s-au făcut măsurători experimentale în laborator. Valorile măsurate experimental sunt apropiate de acelea obținute prin simularea **PSPICE** (eroare relativă maximă 0,9%).

3. Introducerea unui coeficient global de nesimetrie (CGN)

Din cele prezentate în paragraful 2 privind puntea de diode ideale alimentată cu un sistem trifazat nesimetric de tensiuni, rezultă că oricărui sistem nesimetric îi corespunde în mod univoc o tensiune u_d și deci o serie Fourier atașată. La modificarea nesimetriei sistemului trifazat îi va corespunde o modificare corespunzătoare a seriei de armonici. Prin urmare, la modificarea nesimetriei sistemului trifazat (u_1, u_2, u_3) se va modifica spectrul de armonici al tensiunii u_d .

În acest fel, putem caracteriza un sistem trifazat nesimetric prin coeficienții a_n, b_n, a_0, a_i ai seriei Fourier a tensiunii u_d obținută prin redresarea sistemului (u_1, u_2, u_3) cu o punte trifazată de diode [7].

3.1. Punerea problemei

În paragraful 2.1.4. am văzut că tensiunea u_d corespunzătoare unui sistem trifazat simetric (u_1, u_2, u_3) nu are armonică corespunzătoare lui $n = 1$ (deci de pulsație 2ω și frecvență $2f$) și de asemenea pentru $n = 2$ (deci de pulsație 4ω și frecvență $4f$).

Pe de altă parte, tensiunea u_d corespunzătoare unui sistem trifazat accentuat nesimetric cum este cel de la paragraful 2.1.5 (funcționare monofazată) conține o armonică importantă corespunzătoare lui $n = 1$ dar și una corespunzătoare lui $n = 2$.

Deoarece intuitiv este clar că la creșterea nesimetriei sistemului (u_1, u_2, u_3) trebuie să crească amplitudinea armonicilor corespunzătoare lui $n = 1$ și $n = 2$ din tensiunea u_d , vom defini în continuare un coeficient global de nesimetrie (CGN). Acesta va ține seama concomitent de nesimetria de module și de nesimetria de faze.

Putem considera $U_{m1} = 1$ și U_{m2}, U_{m3} , numere pozitive subunitare. Altfel spus, pentru orice sistem trifazat simetric (u_1, u_2, u_3) putem considera un sistem trifazat "asemenea" cu cel dat, la care $U_{m1} = 1$ și U_{m2}, U_{m3} sunt numere pozitive subunitare iar fazele inițiale sunt aceleași cu ale sistemului inițial.

Definim coeficientul global de simetrie ca suma amplitudinilor armonicilor corespunzătoare lui $n = 1$ și $n = 2$ pentru tensiunea u_d atașată sistemului trifazat "asemenea" având $U_{m1} = 1$ [7].

Deoarece armonica corespunzătoare lui n are amplitudinea:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (15)$$

rezultă că armonicele corespunzătoare lui $n = 1$ și $n = 2$ vor avea amplitudinile:

$$A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}; A_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} \quad (16)$$

Rezultă coeficientul global de nesimetrie:

$$k_n = \frac{A_1 + A_2}{U_{m1}} \quad (17)$$

Punând $U_{m1} = 1$, putem scrie:

$$k_n = A_1 + A_2 \quad (18)$$

Deoarece în această definiție se ia în considerare și armonica de ordinul 2, putem nota pentru claritate $k_n = k_{n2}$. Inițial am considerat un coeficient de nesimetrie care lua în considerare numai armonicele de ordinul 1 [7] și care avea definiția:

$$k_{n1} = \frac{A_1}{U_{m1}} \quad (19)$$

În urma cercetărilor efectuate am ajuns la concluzia că se poate face o caracterizare mai cuprinzătoare a nesimetriei unui sistem trifazat cu ajutorul coeficientului global de nesimetrie de ordinul 2 ($k_n = k_{n2}$). Din acest motiv, în cele ce urmează se va studia acest coeficient.

3.2. Analiza generală pe cazuri

Vom analiza cele patru cazuri, prezentând formulele de calcul pentru a_1, b_1, a_2, b_2 , care intervin în definiția coeficientului global de nesimetrie.

Considerăm la început cazul I. Este vorba de cazul (a, b, c).

Prin particularizarea formulelor generale (5) și (6), obținem expresiile pentru a_1, b_1, a_2, b_2 .

Rezultă coeficientul global de nesimetrie:

$$k_n = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2} \quad (20)$$

Asemănător se procedează și în cazurile II, III și IV.

3.3. Analiza unor cazuri particulare

În cazul sistemului trifazat simetric (paragraful 2.1.4) coeficientul global de nesimetrie este nul:

$$k_n = 0 \quad (21)$$

În cazul $u_3 = 0$ și $u_2 = -u_1$ de funcționare monofazată (paragraful 2.1.5), coeficientul global de nesimetrie rezultă:

$$k_n = \frac{48}{15\pi} \approx 1,018 \quad (22)$$

3.4. Cazul sistemelor de secvență inversă

Având în vedere cele arătate în paragraful 2.2 rezultă că pentru orice sistem nesimetric de secvență inversă, coeficientul global de nesimetrie este egal cu cel al sistemului pereche de secvență directă [7].

4. Program de calculator pentru reprezentarea variației coeficientului global de nesimetrie (VARK)

S-a realizat programul de calculator **VARK** care permite calculul și reprezentarea grafică 3D a variației coeficientului global de nesimetrie.

Coeficientul global de nesimetrie este o funcție (continuă) de patru parametri: U_{m2}, U_{m3}, x_2, x_3 (deoarece luăm întotdeauna $U_{m1} = 1, x_1 = 0$). Se pot realiza reprezentări grafice ale variației lui $k_n = k_{n2}$ funcție de 2 parametri, ceilalți 2 fiind menținuți constanți.

Programul **VARK** oferă următoarele posibilități de reprezentare:

1. Grafic $k_{n2} = f(U_{m2}, U_{m3})$; 2. Grafic $k_{n2} = f(U_{m2}, x_2)$; 3. Grafic $k_{n2} = f(U_{m2}, x_3)$; 4. Grafic $k_{n2} = f(U_{m3}, x_2)$; 5. Grafic $k_{n2} = f(U_{m3}, x_3)$; 6. Grafic $k_{n2} = f(x_2, x_3)$; 7. Ieșire.

Pentru fiecare posibilitate, se pot realiza trei tipuri de reprezentări grafice:

1. Cu bare; 2. Suprafață; 3. Mixt.

De asemenea, la fiecare reprezentare se indică coeficientul global de nesimetrie maxim și sistemul nesimetric pentru care se obține. În grafic, acest maxim este indicat printr-o bară îngroșată.

Programul **VARK** lucrează în felul următor:

1. Se introduce un sistem trifazat nesimetric prin parametrii U_{m1} , U_{m2} , U_{m3} , x_1 , x_2 , x_3 .
2. Se realizează analiza armonică a tensiunii u_d corespunzătoare.
3. Se alege una din cele șase variante de reprezentare 3D.

În acest moment, programul menține constanți cei doi parametri care nu variază în timpul reprezentării alese. Mai exact, valorile acestor parametri sunt “moșteniți” de la introducerea (vezi punctul 1 de mai sus). Cei doi parametri variabili variază în conformitate cu rețelele de discretizare din figura 4. Programul calculează de fiecare dată valoarea coeficientului global de nesimetrie k_{n2} și apoi realizează reprezentarea grafică 3D a variației lui k_{n2} funcție de parametrii variabili specifici variantei de reprezentare alese.

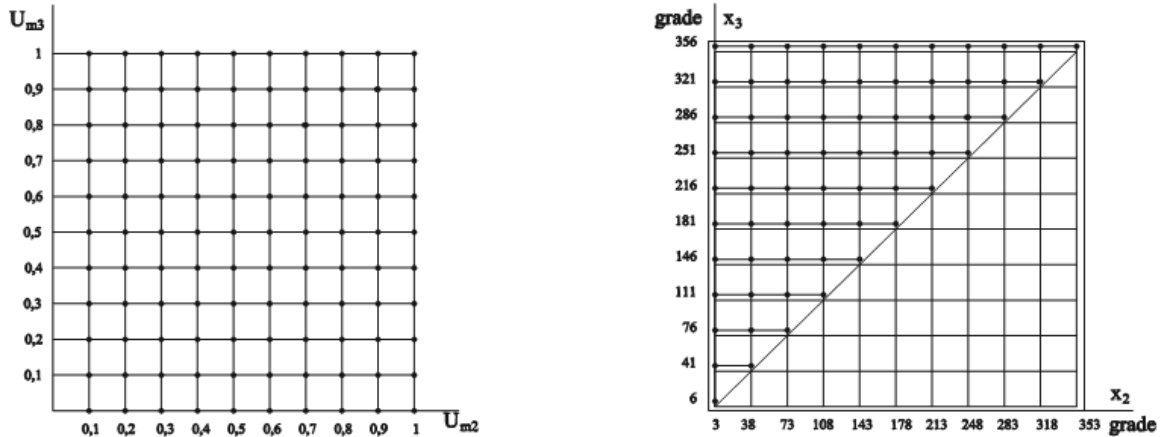


Fig. 4 Rețele de discretizare pentru U_{m2} , U_{m3} , x_2 , x_3

Aplicația Vark 1 lucrează după rețelele de discretizare din figura 4, deci realizează o diviziune a intervalului de variație maxim pentru x_2 și x_3 în $n = 11$ puncte. Aplicația Vark 2 permite o discretizare mai fină (corespunzătoare la $n = 11 \dots 15$, la alegere).

De asemenea, am realizat rularea programului VARK în mediul MATLAB. Datele obținute în programul VARK sunt transformate în fișiere ASCII care sunt prelucrate în mediul MATLAB pentru realizarea unor reprezentări grafice 3D cu parametri îmbunătățiți. Mediul MATLAB permite scalarea automată a axelor și modificarea punctului de vedere asupra suprafeței, ceea ce conduce la reprezentări 3D de calitate superioară. De asemenea se pot realiza reprezentări de forma “mesh” (suprafață-rețea) sau “surf” (suprafață plină). Suprafețele obținute sunt color, cu indicarea prin modificarea culorilor a variației lui k_{n2} .

5. Reprezentări grafice 3D ale variației coeficientului global de nesimetrie

În continuare sunt redată o serie de reprezentări grafice 3D ale variației coeficientului global de nesimetrie, realizate cu programul VARK, respectiv cu programul VARK rulat în mediul MATLAB.

PROGRAM PENTRU REPREZENTAREA VARIATIEI COEFICIENTULUI

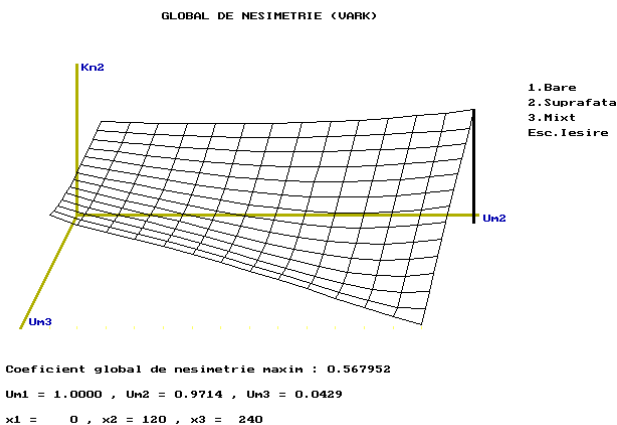


Fig. 5 Reprezentarea coeficientului global de nesimetrie când variază U_{m2} și U_{m3} și sunt constanți $x_2=120^\circ$ și $x_3=240^\circ$ (variante suprafață)

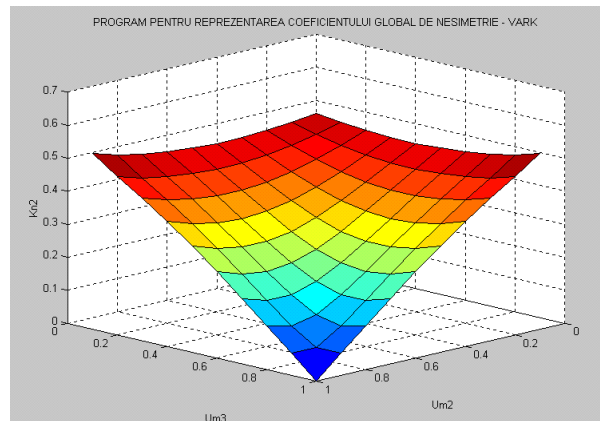


Fig. 6 Reprezentarea coeficientului global de nesimetrie când variază U_{m2} și U_{m3} și sunt constanți $x_2=120^\circ$ și $x_3=240^\circ$ (variantă surf executată în Matlab cu Vark 1)

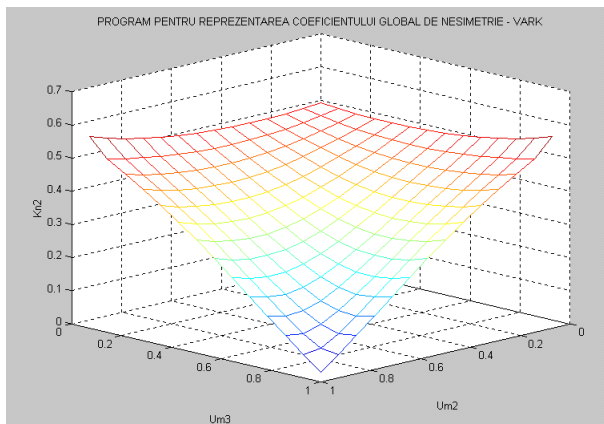


Fig. 7 Reprezentarea coeficientului global de nesimetrie când variază U_{m2} și U_{m3} și sunt constanți $x_2=120^\circ$ și $x_3=240^\circ$ (variante mesh executată în Matlab cu Vark 2)

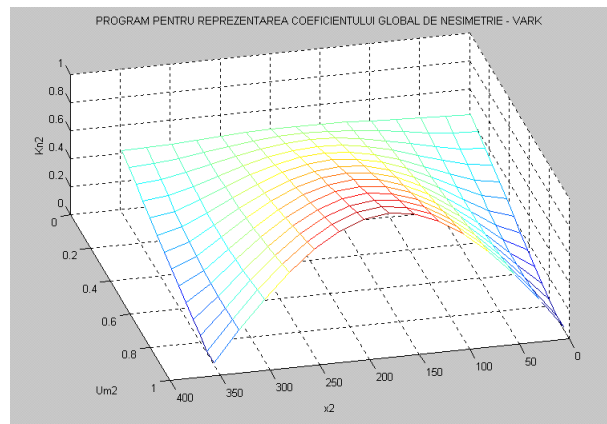


Fig. 8 Reprezentarea coeficientului global de nesimetrie când variază U_{m2} și x_2 și sunt constanți $U_{m3}=1$ și $x_3=356^\circ$ (variante mesh executată în Matlab cu Vark 2)

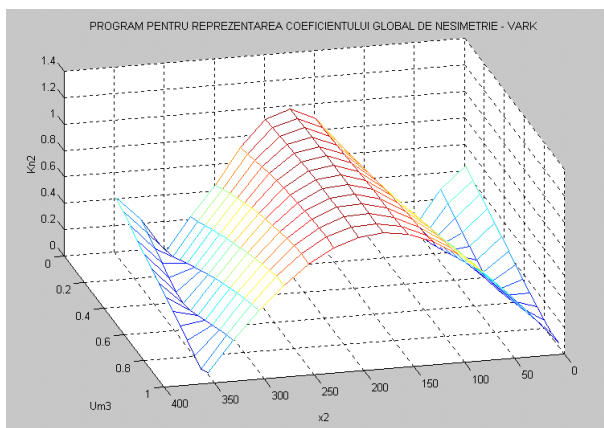


Fig. 9 Reprezentarea coeficientului global de nesimetrie când variază U_{m3} și x_2 și sunt constanți $U_{m2}=1$ și $x_3=356^\circ$ (variante mesh executată în Matlab cu Vark 2)

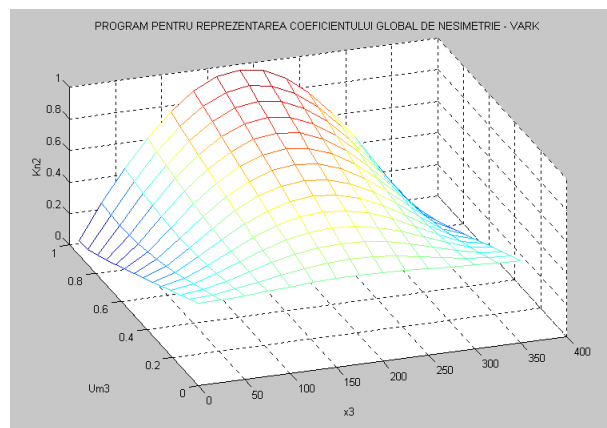


Fig. 10 Reprezentarea coeficientului global de nesimetrie când variază U_{m3} și x_3 și sunt constanți $U_{m2}=1$ și $x_2=3^\circ$ (variante mesh executată în Matlab cu Vark 2)

6. Concluzii și observații

În această lucrare s-au pus în evidență o serie de aspecte legate de funcționarea unei punți trifazate de diode alimentate cu un sistem nesimetric de tensiuni.

La început, s-a considerat cazul punții de diode ideale alimentând o rezistență pură. S-a prezentat o metodă analitică exactă de calcul, în cele patru cazuri care pot exista. De asemenea, s-au analizat o serie de cazuri particulare. Pe baza metodei analitice prezentate, s-a elaborat programul de calculator **PDIODE**. Rezultatele obținute prin metoda analitică (respectiv cu programul **PDIODE**) au fost comparate cu cele obținute prin simulare pe calculator, respectiv prin măsurători experimentale în laborator.

În continuare se propune introducerea unui coeficient global de nesimetrie pentru sistemele trifazate nesimetrice. După cum se știe, în mod clasic se indică nesimetria unui sistem trifazat prin gradul de asimetrie și gradul de disimetrie. Pentru ca nesimetria unui sistem trifazat să fie relativ mică, ambele grade trebuie să fie mai mici decât niște valori admise convențional, de exemplu 5%. Coeficientul global de nesimetrie (k_n) indică nesimetria sistemului printr-un singur număr cuprins între 0 și 1,018. S-au prezentat formulele analitice de calcul ale lui k_n pentru cele patru cazuri și valorile lui pentru unele cazuri particulare. De asemenea, s-a prezentat programul de calculator **VARK** care permite calcularea lui k_n și reprezentarea grafică a variației coeficientului global de nesimetrie, împreună cu rezultatele obținute cu acest program. Definierea acestui coeficient global de nesimetrie aparține autorului prezentei lucrări.

S-a realizat o aplicație tehnică a caracterizării nesimetriei unui sistem trifazat prin coeficientul global de nesimetric definit în prezenta lucrare. Este vorba de un releu pentru protecția motoarelor asincrone trifazate la întreruperea unei faze de alimentare, care a fost brevetat (brevet OSIM nr. 87118).

S-a realizat un model experimental care a fost testat pe standul pentru încercarea motoarelor electrice, stand care a fost construit prin autodotare în laboratorul de electrotehnică [7]. Standul este prevăzut cu o frână cu curenți turbionari, proiectată și construită de asemenea în laboratorul de electrotehnică [7]. Prin încărcarea motorului cu diverse cupluri de sarcină s-a putut testa dispozitivul de protecție antibifazică în diverse regimuri de funcționare ale motorului protejat. Funcționarea dispozitivului de protecție a fost corespunzătoare.

Proiectarea dispozitivului de protecție antibifazică s-a făcut în cadrul unui contract de cercetare-proiectare încheiat cu întreprinderea S.C. "RELEE" S.A. Mediaș [7]. Dispozitivul de protecție antibifazică a fost omologat la S.C."RELEE" S.A. Mediaș și asimilat în producția de serie, existând posibilitatea producerii lui, funcție de cerințele beneficiarilor. După o perioadă de stagnare datorată condițiilor grele cauzate de restructurare și tranziția la economia de piață, există în momentul de față o preocupare susținută la nivelul conducerii întreprinderii pentru promovarea acestui dispozitiv de protecție antibifazică. (**DPAB**). Astfel, s-a realizat reproiectarea și modernizarea acestui produs, însoțită de îmbunătățirea tehnologiei de construcție.

7. Bibliografie

- [1] Brittain, J.E.- *Charles L.G. Fortescue and the method of symmetrical components*, Proceeding of the IEEE, Vol.86, no.5, May 1998, pp.1020-1025
- [2] Ciupa, R.V. , Topa, V. – *The Theory of Electric Circuits*, Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 1998
- [3] Clarke, E. - *Analiza circuitelor sistemelor electroenergetice* (traducere selectivă din limba engleză - S.U.A.), Editura Tehnică, București, 1973
- [4] Ionescu, T.G., Coculescu, S., Neagoe, M., Pavel, E. - *Regimul nesimetric generator de consumuri proprii tehnologice suplimentare în rețelele electrice*; Energetica, Vol.XXXVI, Nr.9, septembrie 1988, pag.404 - 411
- [5] Ionescu, T.G., Golovanov, C., Manolescu, P., Oprea, R. - *Metode de determinare a coeficientului de nesimetric inversă de tensiune*; Energetica, Vol. XXXVIII, Nr. 8 - 9, august - septembrie 1990, pag. 371 - 376
- [6] Mocanu, C.I. - *Teoria circuitelor electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979
- [7] Popa, V.M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*; Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj - Napoca, Facultatea de Electrotehnică, 1999
- [8] Popa, V.M. – *Studiul punții de diode alimentată nesimetric*, A treia Conferință națională "Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești", Sebeș, 30 mai – 1 iunie 2003, volum I, pag. 105-108
- [9] Sakui, M., Fujita, H. - *An Analytical Method for Calculating Harmonic Currents of a Three-Phase Diode-Bridge Rectifier with DC Filter*; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.9, No.6, November 1994, pp.631-637
- [10] Simion, E., Man, E., Ciupa, R.V., Roșca, P., Neamțu, V., Popa, V.M. - *Teoria circuitelor electrice*, Editura Universității Tehnice Cluj-Napoca, 1996
- [11] Șora, C. - *Bazele electrotehnicii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982
- [12] Țugulea, A., Golovanov, C. - *Efectele energetice ale regimurilor nesimetrice și deformante ale sistemelor electroenergetice. Posibilități de măsurare*; ENERGA, Vol.III, Editura Tehnică, București, 1987, pag.130-162

Considerations upon a Relay of Protecting Asynchronous Three-Phase Motors

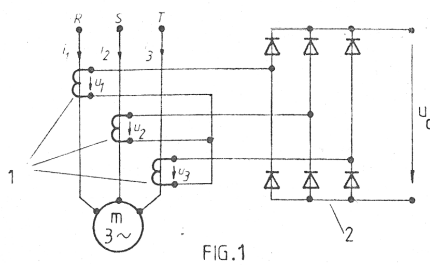
Vasile Mircea Popa

University "Lucian Blaga" of Sibiu, Department of electrical Engineering, 2400 Sibiu, Romania

Abstract: The paper presents the problem of studying the working of the protection relay of asynchronous motors at the interruption of one phase, made by the author [1], when the three-phase system of tensions obtained at the outlet of the current transducers is non-symmetric.

1.Introduction

Figure 1 represents the entrance circuit in the protection relay, formed by the current transducers (1) and the three-phase rectifier-bridge (2).



For a start, we have considered the case in which tensions u_1, u_2, u_3 are equally differentiated, but at different amplitudes:

$$U_m, \alpha U_m, \beta U_m; 0 < \beta < \alpha < 1.$$

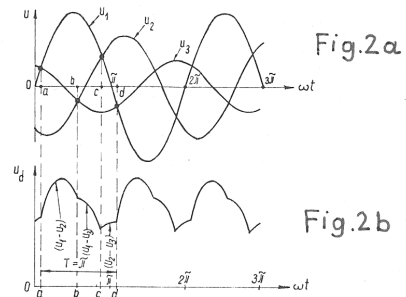
2.The problem framing

In the paper we calculate the amplitude of the harmonic of 100 Hz, which plays a functional part essential to the relay and we also determinate the domain of variation of the α and β parameters which characterize the non-symmetric system of tensions so that the degree of dissymmetry may have an imposed value.

By rectifying the three-phase system shown in figure 2.a., at the outlet of the three-phase bridge we obtain the signal u_d shown in figure 2.b [2]. We notice that the function

$$u_d(\omega t) = u_d(x)$$

is periodic, having the period $T = \pi$.



We may rewrite it as:

$$u_d(x) = \begin{cases} u_1(x) - u_2(x); & x \in [a; b] \\ u_1(x) - u_3(x); & x \in [b; c] \\ u_2(x) - u_3(x); & x \in [c; d] \end{cases} \quad (1)$$

in which a, b, c, d are the Ox coordinates of the intersection points of the curves $u_1(x), u_2(x)$ and $u_3(x)$ (fig.2.a).

The general expressions of the three-phase system are:

$$\begin{aligned} u_1(x) &= U_{m1} \sin(x - x_1); x_1 = 0; U_{m1} = U_m \\ u_2(x) &= U_{m2} \sin(x - x_2); x_2 = \frac{2\pi}{3}; U_{m2} = \alpha U_m \\ u_3(x) &= U_{m3} \sin(x - x_3); x_3 = \frac{4\pi}{3}; U_{m3} = \beta U_m \end{aligned} \quad (2)$$

in which α and β are subunitary parameters.

The general expression of developing the function $u_d(x)$ in Fourier series is given by the relation 3:

$$u_d(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \right) \quad (3)$$

in which:

$$T = d - a = 2l = \pi$$

The coefficients of a serial development are given by the relations 4:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_a^d u_d(x) dx$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_a^d u_d(x) \cos 2nxdx \dots\dots\dots(4)$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_a^d u_d(x) \sin 2nxdx$$

The harmonic of **100Hz** corresponds to the terms in (3) which have $n=1$. By replacing $n=1$ in the relations (4) we may express a_1 and b_1 depending on α and β .

Hence,

$$A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = f(\alpha, \beta) \quad (5)$$

Calculating the degree of dissymmetry and the degree of assymetry in the case of the system of tensions under consideration we obtain:

$$k_i = k_h = \frac{\sqrt{(2-\alpha-\beta)^2 + 3(\alpha-\beta)^2}}{2(1+\alpha+\beta)} \quad (6)$$

If we impose

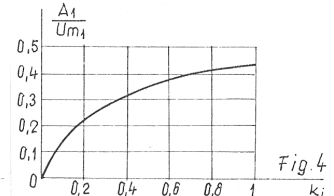
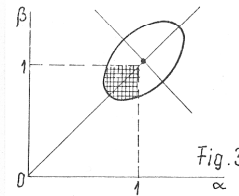
$$k_i = k_h \leq 10\%$$

we obtain the domain of variation for α and β shown in **figure 3**, which has an elliptical shape, with the long semiaxis of

$$\frac{5\sqrt{2}}{16} \approx 0,44$$

and the short semiaxis of

$$\frac{1}{4} = 0,25$$



In the particular case when $\alpha = \beta$, we obtain:

$$k_i = k_h = \frac{1-\alpha}{1+2\alpha} \quad (7)$$

On performing the numerical calculations for : $k_i \in [0;1]$ we have obtained the dependence

$$\frac{A_1}{U_{m1}} = f(k_i)$$

shown in **fig.4**.

3. Conclusions

The paper demonstrates the necessity of taking into consideration the possibilities of an undesired switching in at the outlet of the current transducers in case of non-symmetry with the system of tensions.

4. References

[1] P. Rosca, C. Diaconescu, V. M. Popa, L. Modran - *Relevu pentru protectia motoarelor asincrone trifazate la intreruperea unei faze de alimentare*, Brevet de inventie 87118 din 19.03.1985
 [2] V. M. Popa - *Aplicatii si incercari experimentale privind comportarea circuitelor trifazate in regimuri nesimetrice*, Referat de doctorat nr.2, Universitatea Tehnica Cluj-Napoca, 1994.

ANEXA

Tabel
care indică unde au mai fost publicate articolele.

Articolul	Unde a mai fost publicat
On Generalized Loads in Electrotechnics.	Sesiunea anuală de comunicări științifice cu participare internațională, ediția a X-a, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 19-20 noiembrie 2010, Extras, ISBN 978-973-7998-61-3 și CD al sesiunii, pag. 12-15.
The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load.	Conferința Națională cu participare internațională „Electrotehnica aplicată în eco-reconstrucția industrială”, Sibiu, 23-24 septembrie 2005; Volum, ISBN 973-739-138-1, pag. 144-151.
Studiul receptorului trifazat cu coeficienți de dezechilibru reali.	A treia sesiune anuală de comunicări științifice a cadrelor didactice, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 30 aprilie 2004, Volum 2; ISBN 973-7998-11-1, pag. 101-111.
A Synthesis Regarding the Study of a Real Unbalanced Load.	Sesiunea de Comunicări Științifice cu participare internațională, Hunedoara, 19-20 octombrie 2000; Universitatea „Politehnica” din Timișoara, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicola 2, ISSN 1454-6531, pag. 9-12.
The Study of the Real Unbalanced Load for Extreme Functioning Situations.	Sesiunea de Comunicări Științifice cu participare internațională, Hunedoara, 19-20 octombrie 2000; Universitatea „Politehnica” din Timișoara, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicola 2, ISSN 1454-6531, pag. 13-16.
Analiza cazurilor limită ale receptorului dezechilibrat real.	Sesiunea Jubiliară de Comunicări Științifice cu Participare Internațională prilejuită de împlinirea a 30 de ani de învățământ superior de stat în Arad, Arad, 28-29 noiembrie 2002, Analele Universității „Aurel Vlaicu” din Arad, Volum, Seria Electrică, ISSN 1582-3377, pag. 126-131.
A Mathematical Model for Unbalanced Classes Analysis of Polyphasic Loads.	International Workshop in Electrotechnics, Cluj-Napoca, 17-20 august 1995, Acta Electrotehnica Napocensis, vol.36, nr. 1, ISSN 1224-2497, pag. 91-92.
The Algebraic Characterization of Discreet Unbalanced Loads.	Acta Universitatis Cibiniensis, vol. XXXII, Technical series, A. Electrical Engineering and Electronics, ISSN 1221-4930, Sibiu, 1999, pag. 33-34.
Methods for Calculating the Number of	Acta Universitatis Cibiniensis, vol. XXXII,

Discreet Unbalanced Loads.	Technical series, A. Electrical Engineering and Electronics, ISSN 1221-4930, Sibiu, 1999, pag. 31-32.
The Recurrence Method for Calculating the Unbalanced Classes Number of m-Phased Loads.	Acta Universitatis Cibiniensis, vol. XXXII, Technical series, A. Electrical Engineering and Electronics, ISSN 1221-4930, Sibiu, 1999, pag. 29-30.
The Order Reducing Method for Determining the Number of Discreet Unbalanced Loads.	Acta Universitatis Cibiniensis, vol. XLVI, Technical series, H. Electrical Engineering and Electronics, ISSN 1221-4949, Sibiu, 2001, (nivel internațional), pag. 61-66.
Model matematic al receptorului dezechilibrat discret.	Lucrările celei de A VIII-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 30-31 mai 2008; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 13), ISBN 973-8130-82-4, pag. 229-234.
Aspecte algebrice privind receptoarele dezechilibrate discrete m-fazate.	Sesiunea de comunicări științifice a Universității “Petru Maior”, Târgu Mureș, 27-28 octombrie 2000, Volumul 7, Electroenergetică, ISBN 973-8084-19-9, pag. 197-200.
Metode pentru analiza claselor de dezechilibru ale receptoarelor m-fazate.	Sesiunea de comunicări științifice a Academiei Forțelor Terestre “Nicolae Bălcescu”, TEHNOMIL 2001, Sibiu, 27 aprilie 2001, Volum, Electronică și Electrotehnică, ISBN 973-8088-48-8, pag. 103-106.
Metodă recursivă pentru determinarea numărului receptoarelor dezechilibrate discrete.	Sesiunea de comunicări științifice a Academiei Forțelor Terestre “Nicolae Bălcescu”, TEHNOMIL 2001, Sibiu, 27 aprilie 2001, Volum, Electronică și Electrotehnică, ISBN 973-8088-48-8, pag. 107-110.
O metodă de reducere pentru calculul numărului receptoarelor dezechilibrate discrete m-fazate.	A III-a Sesiune de Comunicări Științifice cu participare internațională, Hunedoara, 4-5 octombrie 2001; Universitatea “Politehnica” din Timișoara, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul III, Fascicola 2, ISSN 1454-6531, pag. 44-47.
Analiza asistată de calculator a receptoarelor dezechilibrate discrete m-fazate.	A III-a Sesiune de Comunicări Științifice cu participare internațională, Hunedoara, 4-5 octombrie 2001; Universitatea “Politehnica” din Timișoara, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul III, Fascicola 2, ISSN 1454-6531, pag. 48-51.
Studiul analitic al punții trifazate de diode alimentate nesimetric.	A VI-a Sesiune de comunicări științifice, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 4 noiembrie 2005, Extras, ISBN 973-7998-23-5, pag. 199-204.
Studiul punții de diode alimentată nesimetric.	Lucrările celei de A Treia Conferințe

	Naționale – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 30-31 mai; 1 iunie 2003, Volumul „Știință și Inginerie” (vol. III), ISBN 973-8130-82-4; ISBN 973-8466-03-2, pag.105-108.
Studiul punții de diode alimentată cu sisteme particulare nesimetrice de tensiuni.	A treia Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice și Energetice SIELMEN - 2001, Chișinău, 4-6 octombrie 2001, volumul III, ISBN 9975-9638-8-9, pag.173-176.
Aspecte experimentale și sintetice privind puntea trifazată de diode alimentată nesimetric.	A VII-a Sesiune de comunicări științifice, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 19 aprilie 2007, Extras, ISBN 978-973-7998-32-3 și CD al sesiunii, pag.263-269.
Coeficient global de nesimetrie pentru sisteme trifazate.	Seminarul Științific Național “Electrotehnologii și Mediul ambient”, Sibiu, 5-6 noiembrie 2004, Revista „Energetica”, nr. 12/2004, ISSN 1453-2360, pag.544-549.
Considerations Upon a Relay of Protecting Asynchronous Three-Phase Motors.	International Workshop in Electrotechnics, Cluj-Napoca, 15 -18 august 1996, Acta Electrotehnica Napocensis, vol.37, nr. 1, ISSN 1224-2497, pag.61-62.

BIBLIOGRAFIE

- [A1] Abuelma'atti, M.T. - *Simple method for calculating Fourier coefficients of experimentally obtained waveforms*; IEE Proc. - Sci.Meas.Technol., Vol.141, No.3, May 1994, pp.177-178
- [A2] Akherraz, M. - *Pspice - Assisted Dynamic Modeling and Simulation of Induction Motor Drives*; 1997 IEEE International Electric Machines and Drives Conference Record, May 18-21, 1997, pp. MB1, 8.1-8.3
- [A3] Akpinar, K., Pillay, P., Richards, G.G. - *Induction motor drive behavior during unbalanced faults*; Electric Power Systems Research, Vol.36, No.2, February 1996, pp. 131-137
- [A4] Albu, T., Ion, I.D. - *Itinerar în algebra superioară*, Editura All, București, 1997
- [A5] Amin, B. - *Contribution to iron-loss evaluation in electrical machines*; *European Transactions on Electrical Power Engineering*, Vol.5, No.5, Sep.-Oct. 1995, pp.325-332
- [A6] Amin, B. - *Slot - Based Equations and General Equivalent Circuit in Induction Motor-Analysis and Control*; ETEP, Vol.5, No.6, November/December 1995, pp.375-382
- [A7] Arkhangel'skii, N.L., Kurnyshev, B.S., Zakharov, P.A. - *A tensor approach to the electromagnetic analysis of an induction motor*; *Electrical Technology*, Selected Translations from Elektrichestvo, No.1, 1995, pp.75-83
- [B1] Benamrouche, N., Haddad, S., Bousbaine, A., Low, W.F.- *Determination of iron and stray load losses in induction motors using a thermometric method*; *Electric Machines and Power Systems*, Vol.26, No.1, January 1998, pp.3-12
- [B2] Benes, J. - *Sisteme cibernetice cu organizare automată*, Editura Tehnică, București, 1970
- [B3] Bercovici, M., Arie, A., Tudose, M. - *Aspecte privind aplicarea teoriei componentelor simetrice în analiza regimurilor nesimetrice ale rețelelor electrice*; *Buletinul Institutului Politehnic București*, tomul XXIX, numărul 4, iulie-august 1967, pag.101-131
- [B4] Berndt, M.M., Schmitz, N.L. - *Derating of Polyphase Induction Motors Operated with Unbalanced Line Voltages*; *IEEE Trans. Power App. Syst.*, February 1963, pp.680-686

- [B5] Blasko, V., Kaura, V. - *A new mathematical model and control of a three-phase AC-DC voltage source converter*; *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol.12, No.1, jan.1997, pp.116-123
- [B6] Bogoevici, N., Toader, D. - *Utilizarea fazorilor de nesimetrie în analiza rețelelor electrice trifazate nesimetrice și dezechilibrate*; *Energetica*, Vol.41., nr.4-B, 1993, pag.29-34
- [B7] Bonacina, G., Salvetti, M., Zola, M. - *Structural testing of electromechanical equipment - Mathematical modeling and experimentation*; *A.E.I. Automazione Energia Informazione*, Vol.85, No.3, march 1998
- [B8] Bose, B.K., Patel, N.R. - *Quasi-fuzzy estimation of stator resistance of induction motor*, *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol.13, no.3, May 1998, pp.401-409
- [B9] Boys, J.T. - *Theoretical Spectra for Narrow-Band Random PWM Waveforms*; *IEE Proceedings - B, Electric Power Applications*, Vol.140, No.6, November 1993
- [B10] Brice, C.W., Dougal, R.A., Hudgins, J.K. - *Review of technologies for current-limiting low-voltage circuit breakers*; *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol.32, no.5, September-October 1996, pp.1005-1010
- [B11] Brittain, J.E.- *Charles L.G. Fortescue and the method of symmetrical components*, *Proceeding of the IEEE*, Vol.86, no.5, May 1998, pp.1020-1025
- [B12] Bromilow, M. - *Computer algebra and applied mathematics*; *IEE Review*, Vol.43, No.5, sept.1997, pp.259-267
- [B13] Busch, R. - *About the concept of consumed life of electrical machine windings and its application*, *European Transaction on Electrical Power*, Vol.8, no.2, March-April 1998, pp.105-110
- [C1] Caramia, P., Carpinelli, G., Gagliari, F., Verde, P. - *Analysis and Design of a Combined System of Shunt Passive and Active Filters*; *European Transactions on Electrical Power Engineering*, Vol.4, No.2, Mar.-Apr. 1994
- [C2] Castello, R., Montecchi, F., Rezzi, F., Baschiroto, A. - *Low - voltage analog filters*; *IEEE Transactions on Circuits and Systems I, Fundamental Theory and Applications*, Vol.42, No.11, November 1995, pp.827-840
- [C3] Cavallini, A., Loggini, M., Montanari, G.C. - *Comparison of Approximate Methods for Estimate Harmonic Currents Injected by AC/DC Converters*; *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol.41, No.2, april 1994, pp.256-262

- [C4] Cerovsky, Z., Seinsch, H.O. - *Time Dependence and Symmetrical Properties of Rotor - Currents of Induction Machines Fed from U-Converters with Block - Waveform*; Archiv fur Elektrotechnik, Vol.77, No.2, January 1994
- [C5] Cherry, J.A., Snelgrove, W.M. - *On the characterization and reduction of distortion in bandpass filters*, IEEE Transactions on Circuits and System I, Vol.45, no.5, May 1998, pp.523-537
- [C6] Ciupa, R.V., Croicu, A.M. - *The Optimization of an Electromagnet by the Gradient Method*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 75-77
- [C7] Ciupa, R.V. - *Regimuri tranzitorii în sisteme electrice*, Editura Universității Tehnice Cluj-Napoca, 1996
- [C8] Ciupa, R.V., Croicu, A.M. - *Optimization in Electrotechnics through the Descending Methods. Examples; Proceedings of the 1st International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits*, CADEMEC 97, 5-7 August 1997, Cluj-Napoca, Romania, Volume, pag. 102-107.
- [C9] Ciupa, R.V. , Topa, V. - *The Theory of Electric Circuits*, Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 1998
- [C10] Ciupa, R.V. - *Regimuri tranzitorii în sisteme electrice*, ediția a-II-a, Editura Universității Tehnice Cluj-Napoca, 1998
- [C11] Clarke, E. - *Analiza circuitelor sistemelor electroenergetice* (traducere selectivă din limba engleză -S.U.A.), Editura Tehnică, București, 1973
- [C12] Coloși, T., Feștilă, R., Nascu, I., Raica, P. - *Modelling and numerical simulation alternative of induction motors in d-q axes*; Proceedings, First International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Control Systems ELECTROMOTION'95, Cluj-Napoca, 25-26 May 1995, Volume, pp.116-119
- [C13] Cristaldi, L., Ferrero, A. - *Mathematical foundations of the instantaneous power concepts: An algebraic approach*; European Transaction on Electrical Power, Vol.6, No.5, sep.-oct. 1996, pp.305-309
- [C14] Czarnecki, L.S., Tan, O.T. - *Evaluation and Reduction of Harmonic Distortion Caused by Solid State Voltage Controllers of Induction Motors*; IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol.9, No.3, September 1994, pp.528-534

- [C15] Czarnecki, L.S. - *Power theory of electrical circuits with quasi-periodic waveforms of voltages and currents*; European Transaction on Electrical Power, Vol.6, No.5, sep.-oct. 1996, pp.321-328
- [C16] Czarnecki, L.S. - *Budeanu and Fryze: Two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents*; Electrical Engineering, Vol.80, No.6, december 1997, pp.359-368
- [D1] De Jong, H.C.J. - *Skew Leakage in Induction Machines*; European Transactions on Electrical Power Engineering, Vol.4, No.1, January-February 1994
- [D2] De Jong, H.C.J. - *Scale aspects of electrical machine inductances*; *International Journal of Electrical Engineering Education*, Vol.32, No.2, April 1995, pp.179-185
- [D3] Dems, M., Komez, K., Wiak, S. - *Computation of rotor winding power losses in squirrel-cage induction motor*; COMPEL, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol.14, No.4, December 1995, pp.89-93
- [D4] Dessouky, Y.G., Williams, B.W., Fletcher, J.E. - *Cooling enhancement of electric motors*, IEE Proceedings Electric Power Applications, Vol.145, No.1, January 1998, pp.57-60
- [D5] De Weerd, R., Hameyer, K., Belmans, R. - *End winding leakage calculation of a squirrel-cage induction motor for different load conditions*; COMPEL, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol.14, No.4, December 1995, pp.85-89
- [D6] Ding, K.Q., Zhou, Z.G., Liu, C.T. - *Latin hypercube sampling used in the calculation of the fracture probability*, Reliability Engineering & System Safety, Vol.59, no.2, February 1998, pp.239-242
- [D7] Dogaru, O., Tevy, I., Udriste, C. - *Extrema constrained by a family of curves and local extrema*, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.97, no.3, June 1998, pp.605-622
- [D8] Dordea, T. - *Mașini electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1970
- [D9] Dragomir, A., Laziun, V. - *Teorie combinatorie. Elemente de combinatorică clasică și generalizată*, Editura Universității din Timișoara, 1974
- [D10] Dragomir, A., Dragomir, P. - *Structuri algebrice*, Editura Facla, Timișoara, 1981

- [D11] Drăgănescu, O.G. - *Încercările mașinilor electrice rotative*, Editura Tehnică, București, 1987
- [D12] Dupre, L.R., Vankeer, R., Melkebeek, J.A.A. - *A computational model for the iron losses in rotating electrical machines*; International Journal of Engineering Science, Vol.36, no.7-8, May-June 1998, pp. 699-710
- [D13] Duric, M., Radojevic, Z., Skokljec, I., Terzija, V. - *A simple algorithm for the symmetrical components relaying and monitoring*; Electrical Engineering, Vol.79, 1996
- [E1] Eldhemy, S.A., Mohamed, A.A., Shokralla, S.S. - *Calculation of additional losses caused by feeding an induction motor from a nonsinusoidal supply*; International Journal of Electrical Engineering Education, Vol.32, No.1, January 1995, pp.51-63
- [E2] El Din, A.S.Z., Lashine, A.E., Shokralla, S.S. - *Improvement of starting characteristic and speed control of three-phase induction motor using microprocesor*; Electric Machines and Power Systems, Vol.26, No.3, April 1998, pp.265-276
- [E3] Emanuel, A.E. - *The oscillatory nature of the power in single - and polyphase circuits*, European Transactions on Electrical Power, Vol.6, No.5, Sep.-Oct. 1996, 315-320
- [E4] Enns, M.K. - *Neutral impedances in fault analysis*; IEEE Transactions on Power Systems, Vol.13, no.2, May 1998, pp.274-279
- [F1] Fabre, A., Saaid, O., Wiest, F., Boucheron, C.- *Current controlled bandpass filter based on translinear conveyors*; Electronics Letters, Vol.31, No.20, September 1995, pp.1727-1728
- [F2] Faiz, J., Sharifian, M.B.B. - *Transient behaviour of optimum - designed three-phased squirrel-cage induction motors*; European Transactions on Electrical Power, Vol.7, No.6, Nov.-Dec. 1997, pp. 415-420
- [F3] Farag, S.F., Bartheld, R.G., May, W.E. - *Electronically Enhanced Low Voltage Motor Protection and Control*; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.30, No.3, May/June 1994, pp.776-784
- [F4] Fiser, R., Ferkolj, S. - *Magnetic field analysis of induction motor with rotor faults*; COMPEL The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol.17, no.1-2, 1998, pp.206-211
- [F5] Fransua, A., Nicolaide, A., Trifu, G. - *Mașini electrice uzuale. Exploatare și regimuri de funcționare*, Editura Tehnică, București, 1973

- [F6] Fransua, A., Măgureanu, R. - *Mașini și acționări electrice. Elemente de execuție*, Editura Tehnică, București, 1986
- [G1] Gafford, B.N., Duesterhoeft, W.C., Mosher, C.C. - *Heating of Induction Motors on Unbalanced Voltages*, AIEE Transactions Power Applications Systems, June 1959, pp. 282-288
- [G2] Galan, N. - *Considerații privind teoria moderna a mașinii asincrone trifazate*; Electrotehnica, Electronica, Automatica, Electronica, Vol.38, Nr.8, noiembrie 1990, pag.295-299
- [G3] Galan, N. - *Ecuatiile generale ale motorului asincron trifazat aplicate în regimuri nesimetrice*; Electrotehnica, Electronica, Automatica, Electrotehnica, Vol.38, Nr.8, noiembrie 1990, pag.300-305
- [G4] Ghani, S.N. - *Digital Computer Simulation of Three-Phase Induction Machine Dynamics - A Generalized Approach*; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.24, No.1, January/February 1988, pp.106-114
- [G5] Gheorghiu, I.S., Fransua, A.S. - *Tratat de mașini electrice, Vol.III, Mașini asincrone*, Editura Academiei R.S.R., București, 1971
- [G6] Glazenko, A.V., Danilevich, Y.B., Karymov, A.A. - *Digital modelling of thermal and mechanical processes in electrical machines*; Electrical Technology, Selected Translations from Elektrichestvo, No.4, 1995, pp.123-134
- [G7] Gluskin, E. - *On the Calculation of Ripple Factor*; ETEP, Vol.5, No.6, November/December 1995, pp.413-414
- [G8] Goode, P.V., Chow, M. - *Using a Neuronal Fuzzy System to Extract Heuristic Knowledge of Incipient Faults in Induction Motors: Part I - Methodology*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.42, No.2, April 1995, pp.131-138
- [G9] Goode, P.V., Chow, M. - *Using a Neuronal / Fuzzy System to Extract Heuristic Knowledge of Incipient Faults in Induction Motors: Part II - Application*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.42, No.2, April 1995, pp.139-146
- [G10] Green, T.C., Taha, M.H., Rahim, A.B.D., Williams, B.W. - *Three-phase step-down reversible AC-DC power converter*; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.12, No.2, March 1997, pp.319-324
- [G11] Grimes, C.A., Grimes, D.M. - *Complex power in circuits with multiple reactive elements*, Electric Machines and Power Systems, Vol.25, No.9, Nov. 1997, pp.955-966

- [G12] Grotzbach, M., Xu, J. - *Line-Side Behaviour of 3-Phase Diode Rectifiers with Reactance Smoothing*; European Transactions on Electrical Power Engineering, Vol.4, No.1, Jan-Feb. 1994
- [H1] Holtz, J. - *The representation of AC machine dynamics by complex signal flow graphs*; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 42, No. 3, June 1995, pp. 263 - 272
- [H2] Ho, S.L., Fu, W.N. - *Review and future application of finite element methods in induction motors*; Electric Machines and Power Systems, Vol. 26, No. 2, February - March 1998, pp.111 - 126
- [I1] Ionescu, T.G., Coculescu, S., Neagoe, M., Pavel, E. - *Regimul nesimetric generator de consumuri proprii tehnologice suplimentare în rețelele electrice*; Energetica, Vol.XXXVI, Nr.9, septembrie 1988, pag.404 - 411
- [I2] Ionescu, T.G., Golovanov, C., Manolescu, P., Oprea, R. - *Metode de determinare a coeficientului de nesimetrie inversă de tensiune*; Energetica, Vol. XXXVIII, Nr. 8 - 9, august - septembrie 1990, pag. 371 - 376
- [I3] Ion, I.D., Niță, C., Năstăsescu, C. - *Complemente de algebră*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1984
- [J1] Joaquim, M. B. - *A bandpass active filter for Fourier analysis laboratory*; International Journal of Electrical Engineering Education, Vol. 32, No.4, October 1995, pp. 350 - 354
- [K1] Karacal, S.C. - *A novel approach to simulation modeling*, Computers & Industrial Engineering, Vol.34, no.3, July 1998, pp.573-588
- [K2] Kaufmann, A., Précigout, M. - *Elemente de teoria mulțimilor și algebră modernă*, Vol I, Editura Tehnică, București, 1972
- [K3] Kaufmann, A., Précigout, M. - *Elemente de teoria mulțimilor și algebră modernă*, Vol II, Editura Tehnică, București, 1973
- [K4] Keerthipala, W. W. L., Wai, C. T., Huisheng, W. - *Neuronal network based classifier for power system protection*; Electric Power Systems, Vol. 42, No. 2, august 1997, pp. 109 - 114
- [K5] Kellerer, H., Kotov, V., Speranza, M.C., Tuza, Z. - *Semi on-line algorithms for the partition problem*, Operations Research Letters, Vol.21, no.5, December 1997, pp.235-242

- [K6] Kluszczyński, K., Miksiewicz, R. - *Synchronous parasitic torques in asymmetrically fed three - phase squirrel cage motor*; Electric Machines and Power Systems, Vol. 24, No. 1, January - February 1996, pp. 9- 20
- [K7] Knopp, M., Kohle, S. - *Time - varying loads in electric power systems; Power input, equivalent circuit elements, and disturbances*, European Transactions on Electrical Power, Vol. 7, No.1, January - February 1997, pp. 5 - 12
- [K8] Knuth, D.E. - *Tratat de programarea calculatoarelor, vol I - Algoritmi fundamentali*, Editura Tehnică, București, 1974
- [K9] Knuth, D.E. - *Tratat de programarea calculatoarelor, vol II - Sortare și căutare*, Editura Tehnică, București, 1976
- [K10] Knuth, D.E. - *Tratat de programarea calculatoarelor, vol III - Algoritmi seminumerici*, Editura Tehnică, București, 1983
- [L1] Labuntsov, V. A., Daizhun, C. - *Three - phase rectifier with a capacitance filter and an improved waveform for the current drawn from the network*; Electrichestvo, No. 2, 1993
- [L2] Lawrance, W. B. , Mielczarski, W. - *Harmonic Current Reduction in a Three - Phase Diode Bridge Rectifier*; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 39, No. 6, December 1992, pp. 571 - 576
- [L3] Lawrance, W. , Mielczarski, W., Michalik, G. - *Application of a new scheme for harmonic current reduction in three - phase bridge rectifier systems*; Electric Power Research, Vol. 36, No. 2, February 1996, pp. 123 – 130
- [L4] Lee, C.Y. – *Temperature-based optimal test sequence for determining the equivalent circuit parameters of a three-phase induction motor*, Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol.21, no.4, July 1998, pp.459-466
- [L5] Levi, E., Krzeminski, Z. - *Main Flux - Saturation Modelling in d-q Axis Models of Induction Machines Using Mixed Current - Flux State - Space Models*; ETEP, Vol. 6, No. 3, May - June 1996, pp.207 – 215
- [L6] Lian, J.A. – *Orthogonality criteria for multiscaling functions*, Applied and Computational Harmonic Analysis, Vol.5, no.3, July 1998, pp.277-311
- [L7] Lim, T.J. – *A stochastic regime switching model for the failure process of a repairable system*, Reliability Engineering & System Safety, Vol.59, no.2, February 1998, pp.225-238

- [L8] Lin, B.R., Hoft, R.G. - *Analysis of power converter control using neural network and rule-based methods*; Electric Machines and Power Systems, Vol. 24, No. 7, October - November 1996, pp. 695 – 720
- [L9] Lin, K.P., Lin, M.H., Lin, T.P. – *An advanced computer code for single-tuned harmonic filter design*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.34, no.4, July-August 1998, pp.640-648
- [L10] Loggini, M., Montanari, G. C., Cavallini, A. - *Generation of Uncharacteristic Harmonics in Electrical Plants with AC/DC Converters*; European Transactions on Electrical Power Engineering, Vol.4, No. 3, May - June 1994
- [M1] Maier, R. - *Protection of Squirrel-Cage Induction Motor Utilizing Instantaneous Power and Phase Information*; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.28, No.2, March/April 1992, pp.376-380
- [M2] Man, E., Rizzo, R., Micu, D., Munteanu, D. - *A Simultaneous Treatment of Symmetrization and Power Factor Improvement in Three-Phased Networks*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 50- 52.
- [M3] Man, E., Pop, E. - *Impedance Adaptation and Negative Resistance Synthesis, using Controlled Sources*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 37, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1996, pag. 21 - 24
- [M4] Man, E. - *Circuite electrice cu surse comandate*, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1996
- [M5] Man, E. - *A Generalization of the Maximum Power Transfer Theorem In DC Circuits*; Proceedings of the 1st International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 97, CLuj-Napoca, 5-7 August 1997, Volume, pp.91-93
- [M6] Man, E., Hintea, S. - *Analiza circuitelor electrice prin modelare cu surse comandate*, Editura Mediamira, Cluj-Napoca, 1997
- [M7] Mattavelli, P., Tenti, P. - *Load and line identification in multi-phase systems: A compensation-oriented approach*; European Transaction on Electrical Power, Vol.6, No.6, November-December 1996, pp.373-379
- [M8] Mbamalu, G.A.N., El Hawary, M.E., El Hawary, F. - *Pseudo inverse based probabilistic power flow approach*; Electric Machines and Power Systems, Vol.23, No.2, March-April 1995, pp.107-119

- [M9] Micu, D., Oniga, A. - *Componente simetrice pentru sisteme polifazate*; Conferința Națională de Matematică Aplicată și Mecanică, Cluj-Napoca, 20-23 octombrie 1988
- [M10] Micu, D. - *Basis of Electrotechnics. The theory of electric circuits*, Technical University of Cluj-Napoca, 1993.
- [M11] Micu, D., Rizzo, R., Man, E. - *A Study on Polyphase Machine Fed by Non Symmetrical Voltage System*, Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 53 - 57
- [M12] Micu, D., Rizzo, R., Man, E. - *Polyphase Machine Fed by Non Symmetrical System. Fault Detection in Case of Bar Breakage in Three-Phase Motors*, Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 36, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1995, pag. 58 - 61
- [M13] Micu, D., Micu, A., Vlad, S. - *A Dissipative Singlephase-Threephase Convertor*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol. 37, Nr. 1, Cluj-Napoca, 1996, pag. 57 - 60
- [M14] Mielczarski, W., Lawrance, W.B., Nowaki, R., Holmes, D.G. - *Harmonic Current Reduction in Three-Phase Bridge-Rectifier Circuits Using Controlled Current Injection*; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.44, No.5, October 1997, pp.604-611
- [M15] Mihalache, M. – *Determinarea parametrilor interni ai motorului asincron utilizând datele de catalog: Electrotehnica, Electronica, Automatica, Electrotehnica*, vol. 34, nr. 6, august 1986, pag. 261-264.
- [M16] Milenko, D. B. - *Determining symmetric components by a method of four samples (power system analysis)*, Elektrichestvo, No. 9, September 1992, pp. 50-51
- [M17] Mocanu, C.I. - *Teoria circuitelor electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979
- [M18] Modran, L., **Popa, V.M.**, Crăciunaș, G., Spătar, O. – *Electrotehnică și electronică*, Editura Meteor, Sibiu, 1998
- [M19] Moshchinskii, Y. A., Osin, I. L. - *Determination of three-phase induction motor parameters from an asymmetric supply test*, Elektrichestvo, Nr. 1, 1993
- [N1] Nakagawa, S., Niki, N., Hashiguchi, H. – *Computer algebra application to the distribution of sample correlation coefficient*, Mathematics and Computers in Simulation, Vol.45, no.1-2, January 1998, pp.23-32
- [N2] Năstăsescu, C., Niță, C., Vraciu, C. - *Bazele algebrei*, Vol.I, Editura Academiei, București, 1986

- [N3] Neamțu, V. - *Circuite electrice în regim permanent sinusoidal și nesinusoidal - culegere de probleme*, Editura Universității Tehnice Cluj-Napoca, 1996
- [N4] Nedelcu, V.N. - *Regimurile de funcționare ale mașinilor de curent alternativ*, Editura Tehnică, București, 1968
- [N5] Nedelcu, V.N. - *Teoria conversiei electromecanice*, Editura Tehnică, București, 1978
- [N6] Nilsson, W.J. - *Electric Circuits*, Fourth Edition, Addison Wesley Co., Iowa State University, 1993
- [O1] Oberretl, K. - *Tooth breakage and tooth forces in asynchronous motors*; Electrical Engineering, Vol.80, No.5, October 1997, pp.309-324
- [O2] Ostovic, V. - *Computer-aided Analysis of Electric Machines*, Prentice Hall, New York, 1994
- [P1] Palco, S. - *Structural optimisation of an induction motor using a genetic algorithm and a finite element*; Acta Polytechnica Scandinavica, Electrical Engineering Series, No.84, 1996, pp.2-99
- [P2] Pană, T. - *MATLAB în sisteme de acționare electrică*, Editura Mediamira, Cluj-Napoca, 1996
- [P3] Pană, T. - *MATLAB Application Toolbox, Electrical Drives - Induction Motor*, Mediamira Science Publisher, Cluj-Napoca, 1997
- [P4] Pandurangavittal, K., Fakmddin, D.B., Rao, I. R. , Parthasarathy, K. - *Microcontroller based three-phase induction motor protection relay with operator selectable thermal I-T curve feature*; Electric Machines and Power Systems, Vol.26, No.1, January 1998, pp.13-26
- [P5] Pavel, E., Ionescu, T.G. - *Efectele consumatorilor nesimetrice asupra rețelelor electrice*; Energetica, Vol.XXXIV, Nr.10, octombrie 1986, pag.457-459
- [P6] Pavel, E. - *Receptoare trifazate dezechilibrate. Caracteristic și particularități de funcționare în regimuri stabilizate*; Energetica, Vol.XXXVI, Nr.6, iunie 1988, pag.241-249
- [P7] Pavel, E. - *Considerații privind receptoarele electrice trifazate dezechilibrate*, ENERG, Vol.VII, Editura Tehnică, București, 1989, pag.194-220
- [P8] Pavel, E. - *Noi aspecte ale teoriei receptoarelor trifazate statice dezechilibrate*; Energetica, Vol.37, Nr.11, noiembrie 1989, pag.481-492
- [P9] Perahia, J., Nayar, C.V. - *Analysis of a series - delta connected tandem induction motor*; Electric Machines and Power Systems, Vol.23, No.2, March-April 1995, pp.221-230

- [P10] Pillay, P., Sabur, S.M.A., Haq, M.M. - *A model for induction motor aggregation for power system studies*; Electric Power Systems, Vol.42, No.3, September 1997, pp.225-228
- [P11] Pillay, P., Nolan, R., Haque, T. - *Application of genetic algorithms to motor parameter determination for transient torque calculations*; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.33, No.5, September-October 1997, pp.1273-1282
- [P12] Pinto, J.A.D., Coimbra, A.P., Antunes, C.L., Fernandez, X.M.L., Donsion, M.P. - *Influence of the neutral in the thermal performance of a three-phase induction motor under unbalanced power supply using the finite element approach*, COMPEL, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol.17, no.1-2, 1998, pp.378-382
- [P13] **Popa, V.M.** - *Unele generalizări în combinatorică*; Buletinul Științific al Institutului de Învățământ Superior Sibiu, Vol.III, Sibiu, 1980, pag.33-39
- [P14] **Popa, V.M.**, Diaconescu, C. - *Noi cercetări privind protecția motoarelor asincrone*; Buletinul Științific al Institutului de Învățământ Superior Sibiu, Vol.IV, 1981, pag.244-247
- [P15] **Popa, V.M.**, *Asupra numărării bijecțiilor între două mulțimi multiple*; Gazeta Matematică - Perfecționare metodică și metodologică în matematică și informatică, Vol.VII, Nr.2, București, 1986, pag.78-81
- [P16] **Popa, V.M.** - *Asupra unei probleme de algebră*; Astra Matematică, Vol.1, Nr.1, Sibiu, 1990, pag.29-31
- [P17] **Popa, V.M.** - *On a question of linear programming*; Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.X (1), Sibiu, 1993, pag.65-67
- [P18] **Popa, V.M.** - *Unele aspecte privind caracterizarea circuitelor trifazate dezechilibrate*; Referat de doctorat nr.1, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, octombrie 1993
- [P19] **Popa, V.M.** - *Aplicații și încercări experimentale privind comportarea circuitelor trifazate în regimuri nesimetrice*; Referat de doctorat nr.2, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, octombrie 1994
- [P20] **Popa, V.M.** - *On a classification of the three-phase loads*; Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.XIV (2), Sibiu, 1995, pag.87-90
- [P21] **Popa, V.M.** - *A new approach to be characterized the unbalanced three-phase loads*; Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.XIV (2), Sibiu, 1995, pag.91-93

- [P22] **Popa, V.M.**, Buduriși, C., Garcia Moreno, E. - *Some Aspects about the Analysis of a Three-Phase Non-Symmetrical Alimentated Bridge with Thyristors*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol.36, Nr.1, Cluj-Napoca, 1995, pag.42-44
- [P23] **Popa, V.M.** - *A Mathematical Model for Polyphasic Loads Unbalanced Classes Analysis*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol.36, Nr.1, Cluj-Napoca, 1995, pag.91-92
- [P24] **Popa, V.M.** - *On an Analysis for the Unbalanced Loads*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol.36, Nr.1, Cluj-Napoca, 1995, pag.93-94
- [P25] **Popa, V.M.** - *Considerații privind comportarea circuitelor electrice în regimuri nesimetrice de funcționare*; Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.XX, Sibiu, 1995, pag.129-134
- [P26] **Popa, V.M.** - *Considerations Upon a Relay of Protecting Asynchronous Three-Phase Motors*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol.37, No.1, Cluj-Napoca, 1996, pag.61-62
- [P27] **Popa, V.M.**, Roșca, P. - *Electrotehnică*, Editura Universității “Lucian Blaga”, Sibiu, 1996
- [P28] **Popa, V.M.** - *Electrotehnică - îndrumar de laborator*, Editura Universității “Lucian Blaga”, Sibiu, 1996
- [P29] **Popa, V.M.** - *Aspecte energetice privind alimentarea receptorilor dezechilibrați*; Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.XXVIII, Sibiu, 1998
- [P30] **Popa, V.M.** - *Caracterizarea algebrică a receptoarelor dezechilibrate discrete*; Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.XXVIII, Sibiu, 1998
- [P31] **Popa, V.M.** - *Metode pentru calculul numărului receptoarelor dezechilibrate discrete*; Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.XXVIII, Sibiu, 1998
- [P32] **Popa, V.M.** - *Metoda de recurență pentru calculul numărului claselor de dezechilibru ale receptoarelor m-fazate*; Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.XXVIII, Sibiu, 1998
- [P33] Popescu, D., Vraciu, C. - *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986
- [P34] Prisăcaru, A., Cojocaru-Filipiuc, C. - *On the nonsinusoidal and unsymmetrical behaviour of three-phase asynchronous motor*; Proceedings, First International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Control Systems ELECTROMOTION'95, Cluj-Napoca, 25-26 May 1995, Volume, pp.116-119
- [P34-a] Pyati, V.P. - *Comment on “On the geometry of parallel impedances”*, IEEE Transactions on Education, Vol.41, no.2, May 1998, pp.171-176

- [R1] Ramras, M. – *Congestion-free routings of linear complement permutations*, Siam Journal of Discrete Mathematics, Vol.11, no.3, 1998, pp.487-500
- [R2] Rankin, D.R. - *The industrial application of phase current analysis to detect rotor winding faults in squirrel cage induction motors*; Power Engineering Journal, Vol.9, No.2, April 1995, pp.77-89
- [R3] Rashid, M.H., Maswood, A.I. - *Analysis of Three-Phase AC-DC Converters Under Unbalanced Supply Conditions*; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.24, No.3, May/June 1988, pp.449-455
- [R4] Rashid, M.H., Maswood, A.I. - *A Novel Method of Harmonic Assessment Generated by Three-Phase AC-DC Converters Under Unbalanced Supply Conditions*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.24, No.4, July/August 1988, pp.590-597
- [R5] Rastogi, M., Mohan, N., Henze, C.P. - *Three-phase sinusoidal current rectifier with zero-current switching*; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.10, No.6, November 1995, pp.753-760
- [R6] Ravezzi, L., Stoppa, D., DallaBetta, G.F. – *Current-mode A/D converter*, Electronics Letters, Vol.34, no.7, April 1998, pp.615-616
- [R7] Reljin, B., Ristic, S., Sreckovic, M. - *Analysis of some physical phenomena and processes by equivalent electrical circuits*, International Journal of Electrical Engineering Education, Vol.33, No.4, October 1996, pp.353-360
- [R8] Richter, R. - *Maşini electrice, Vol.IV, Maşini asincrone*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1960
- [R9] Riordan, J. - *An Introduction to Combinatorial Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1967
- [R10] Riordan, J. - *Combinatorial Identities*, John Wiley & Sons, Inc., New York, London, Sydney, 1968
- [R11] Roger Folch, J., Joares, V.J.Z. - *Contribution to the transient analysis of induction motors solving the electrodynamic equations by using the finite elements method*; COMPEL, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol.14, No.4, December 1995, pp.93-97
- [R12] Roşca, P., Diaconescu, C., Modran, L., **Popa, V.M.** - *An Improved Protection Method at the Electric Drive Systems with Asynchronous Motors*; A treia Conferinţă Naţională de Acţionări Electrice, Braşov, 28-30 mai 1982, volum, pag.A135-A138

- [R13] Roșca, P., Diaconescu, C., **Popa, V.M.**, Modran, L. - *Calculul armonicii de 100Hz din tensiunea obținută prin redresarea unui sistem trifazat asimetric cu ajutorul unei punți trifazate*; Buletinul Științific al Institutului de Învățământ Superior Sibiu, Vol.VI, 1982, pag.130-134
- [R14] Roșca, P., **Popa, V.M.**, Diaconescu, C., Modran, L. - *Relevu cu fiabilitate ridicată pentru protecția complexă a motoarelor asincrone trifazate*; Conferința Națională de Energetică, București, 23-25 noiembrie 1983, volum secția 34, pag.34.091-34.096
- [R15] Roșca, P., **Popa, V.M.**, Diaconescu, C., Modran, L. - *The Influence of Non-Symmetric States on the Functioning of the Electronic Relay RPMA-1 of Protecting Asynchronous Three-Phase Motors at the Interruption of one Phase*; A patra Conferință Națională de Acționări Electrice, Craiova, 20-21 septembrie 1984, volum, pag.C127-C130
- [R16] Roșca, P., Diaconescu, C., **Popa, V.M.**, Modran, L. - *Relevu pentru protecția motoarelor asincrone trifazate la întreruperea unei faze de alimentare*; Brevet de Invenție 87118 din 19.03.1985
- [R17] Roșca, P., **Popa, V.M.**, Diaconescu, C., Modran, L. - *Frână cu curenți turbionari*; Buletinul Științific al Institutului de Subingineri Sibiu, Vol.VII, 1985, pag.68-71
- [R18] Roșca, P., **Popa, V.M.**, Diaconescu, C., Modran, L. - *Instalație pentru ridicarea caracteristicii mecanice a motoarelor electrice*; Buletinul Științific al Institutului de Subingineri Sibiu, Vol.IX, 1986, pag.370-373
- [R19] Roșca, P., Diaconescu, C., **Popa, V.M.** - *Proiectarea produsului "Dispozitiv de protecție antibifazică" în vederea asimilării în fabricație*, Contract de cercetare științifică între Institutul de Subingineri Sibiu și Intreprinderea de Relee Mediaș, 1989
- [R20] Roșca, P., Modran, L., **Popa, V.M.**, Diaconescu, C. - *Cuplaj - frână electromagnetică*, Brevet de invenție 108833 din 30.08.1996
- [R21] Rosolowski, E., Izykowski, J., Kasztenny, B., Saha, M.M. - *A new distance relaying algorithm based on complex differential equation for symmetrical components*; Electric Power Systems Research, Vol.40, No.3, March 1997, pp.175-180
- [R22] Rukgauer, A., Schiehlen, W. - *Simulation of modular dynamic systems*, Mathematics and Computers in Simulation, Vol.46, no.5-6, June 1998, pp.535-542
- [S1] Saari, J. - *Thermal modelling of high-speed induction machines*; Acta Polytechnica Scandinavica, Electrical Engineering Series, No.82, 1995, pp.1-82

- [S2] Șafarevici, I.R. - *Noțiunile fundamentale ale algebrei*, Editura Academiei, București, 1989
- [S3] Sakui, M., Fujita, H, Shioya, M. - *A Method for Calculating Harmonic Currents of a Three-Phase Bridge Uncontrolled Rectifier with DC Filter*; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.36, No.3, August 1989, pp.434-440
- [S4] Sakui, M., Fujita, H. - *Calculation of Uncharacteristic Harmonics of a Three-Phase Bridge Rectifier with DC Current Ripple*; Electrical Engineering in Japan, Vol.111, No.5, 1991, pp.127-129
- [S5] Sakui, M., Fujita, H. - *Harmonic Analysis of a Capacitor-Filtered Three-Phase Diode-Bridge Rectifier with Complex Source Impedance*; IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol.39, No.1, February 1992, pp.80-81
- [S6] Sakui, M., Fujita, H. - *Calculation of harmonic currents in a three-phase convertor with unbalanced power supply conditions*; IEE Proceedings-B, Vol.139, No.5, September 1992, pp.478-484
- [S7] Sakui, M., Fujita, H. - *An Analytical Method for Calculating Harmonic Currents of a Three-Phase Diode-Bridge Rectifier with DC Filter*; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.9, No.6, November 1994, pp.631-637
- [S8] Sakui, M, Minamijima, M., Amei, K., Fujita, H. - *Analytical Method for Calculating Harmonic Currents of an AC/DC Converter with AC Filters*; ETEP, Vol.6, No.2, March/April 1996, pp.97-101
- [S9] Salmon, J.C. - *Operating a three-phase diode rectifier with a low-input current distortion using a series-connected dual boost converter*; IEEE Transactions on Power Electronic, Vol.11, No.4, July 1996, pp.592-604
- [S10] Sarkar, D. – *Approximate analysis of temperature rise in a induction motor during dynamic braking*, Electric Machines and Power Systems, Vol.26, no.6, July 1998, pp.585-600
- [S11] Sasdelli, R., Menchetti, A. - *Some remarks on power theories*; European Transactions on Electrical Power Engineering, Vol.4, No.6, November-December 1994, pp.457-463
- [S12] Schoen, R.R., Habetler, T.G. - *A new method of current-based condition monitoring in induction machines operating under arbitrary load conditions*; Electric Machines and Power Systems, Vol.25, No.2, February-March 1997, pp.141-152

- [S13] Shi, K.L., Chan, T.F., Wong, Y.K. - *Modelling of the three-phase induction motor using SIMULINK*; 1997 IEEE International Electric Machines and Drives Conference Record, May 18-21, 1997, pp.WB3, 6.1-6.3
- [S14] Shi, S.W. - *Study of fault analysis using two vector system symmetrical components*; Electric Machines and Power Systems, Vol.26, No.2, February-March 1998, pp.155-170
- [S15] Simion, E., Mîndru, G., Gligor, T., Nicula, O. – *Bazele electrotehnicii*, Institutul Politehnic, Cluj, 1972
- [S16] Simion, E. – *Electrotehnica*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1978
- [S17] Simion, E., Maghiar, T. - *Electrotehnica*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981
- [S18] Simion, E., Man, E., Munteanu, C. – *The Symmetrization of the Line Current's Three-Phased System Using the Symmetric Components Method*; Annual Scientific Workshop, Oradea, 29-30 May, 1992
- [S19] Simion, E., Ursu, M.F., Man, E. - *The Systematization of the Three-Phase Electric Circuit in Sinusoidal Steady State - The Tripole*, Proceedings of 4th International Conference on Optimization of Electric and Electronic Equipments OPTIM'94, Brașov, 12-14 May 1994, pp.79-83
- [S20] Simion, E., Țopa, M. - *On Symbolic Analysis for Analog Filter Design*, Proceedings of the 4th International Conference on Optimization of Electric and Electronic Equipments OPTIM'94, Brașov, 12-14 May 1994, pp.181-185
- [S21] Simion, E., Man, E., Munteanu, C. - *Contributions to the symmetrization of line current three-phase system*, Proceedings of the 4th International Conference on Optimization of Electric and Electronic Equipments, OPTIM'94, Brașov, 12-14 May 1994, pp.287-291
- [S22] Simion, E., Man, E., Ciupa, R.V., Roșca, P., Neamțu, V., **Popa, V.M.** - *Teoria circuitelor electrice*, Editura Universității Tehnice Cluj-Napoca, 1996
- [S23] Simion, E., Munteanu, C., Topa, V. – *The Numerical Analysis of the Electromagnetic Interference Phenomena in Printed Circuit Boards Using the Transmission Line Model*; Acta Electrotehnica Napocensis, Vol.37, Nr.1, Cluj-Napoca, 1996, pag.35-38
- [S24] Slemon, G.R. - *Modelling of Induction Machines for Electric Drives*; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.25, No.6, November/December 1989, pp.1126-1131

- [S25] Smith, O.D. – *Generation of ground structures for 2D and 3D design domains*, Engineering Computations, Vol.15, no.4, 1998, pp.462-500
- [S26] Smolleck, H.A. - *A new look at the effects of unbalanced voltages upon synchronous and induction machines*; Electric Power Systems Research, Vol.25, 1992, pp.199-206
- [S27] Soliman, S.A, Al Kandari, A.M., El Hawary, M.E. - *Time domain estimation techniques for harmonic load models*; *Electric Machines and Power Systems*, Vol.25, No.8, October 1997, pp.885-896
- [S28] Sonea, P., Fransua, A., Nicolaide, A., Saal, C. - *Electrotehnică, mașini și instalații electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1966
- [S29] Șora, C. - *Bazele electrotehnicii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982
- [S30] Sowaied, A., Taleb, M. - *Assessment of power converter harmonics*; *Electric Machines and Power Systems*, Vol.24, No.2, March 1996, pp.147-158
- [S31] Speranza, F. - *Relații și structuri*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1975
- [S32] Stănășilă, O. - *Noțiuni și tehnici de matematică discretă*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985
- [S33] Stringer, N.T., Waser, D. - *An innovative method of providing total breaker failure protection*; *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol.32, No.5, September-October 1996, pp.1011-1017
- [S34] Șurianu, F.D. - *Experiment și simulare numerică a comportării motoarelor asincrone la golurile de tensiune simetrice*; *Energetica*, Vol.42, Nr.5-B, 1994, pag.223-226
- [T1] Terzija, V., Djuric, M. - *A numerical algorithm for direct real-time estimation of voltage phasor, frequency and its rate of change*; *Electric Machines and Power Systems*, Vol.24, No.4, June 1996, pp.417-428
- [T2] Timotin, A., Hortopan, V., Ifrim, A., Preda, M. - *Lecții de bazele electrotehnicii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1970
- [T3] Țogui, L., Covrig, M., Manoliu, V. - *Determinarea cuplului electromagnetic al masinii asincrone trifazate cu înfășurări nesimetrice*; *Electrotehnica, Electronica, Automatica, Electrotehnica*, Vol.44, Nr.5-6, mai-iunie 1996, pag.19-21

- [T4] Țogui, L., Covrig, M., David, F. - *Modelul matematic al masinii asincrone trifazate cu înfășurare nesimetrică pe stator*; *Electrotehnica, Electronica, Automatica, Electrotehnica*, Vol.43, Nr.7-8, iulie-august 1995, pag.21-25
- [T5] Tomescu, I. - *Introducere în combinatorică*, Editura Tehnică, București, 1972
- [T6] Tomescu, I. - *Introduction to Combinatorics*, Collet's (Publishers) Limited, London and Wellingborough, 1975
- [T7] Tomescu, I. - *Combinatorică și teoria grafurilor*, Editura Universității din București, 1978
- [T8] Tomescu, I. - *Probleme de combinatorică și teoria grafurilor*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981
- [T9] Tou, M., Al Haddad, K., Olivier, G., Rajagopalan, V. - *Analysis and design of single-controlled switch three-phase rectifier with unity power factor and sinusoidal input current*; *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol.12, No.4, July 1997, pp.608-614
- [T10] Țugulea, A. - *Considerații privind efectele energetice în regimuri armonice nesimetrice ale sistemelor trifazate*; *Energetica*, Vol.XXXIV, Nr.3, martie 1986, pag.121-129
- [T11] Țugulea, A. - *Considerații referitoare la definirea factorului de putere pentru sistemele trifazate dezechilibrate*; *Energetica*, Vol.XXXIV, Nr.4, aprilie 1986, pag.164-167
- [T12] Țugulea, A., Golovanov, C. - *Efectele energetice ale regimurilor nesimetrice și deformante ale sistemelor electroenergetice. Posibilități de măsurare*; *ENERG*, Vol.III, Editura Tehnică, București, 1987, pag.130-162
- [V1] Vaananen, J. - *Combination of two-dimensional finite element analysis of electrical machines with circuit simulation techniques*; *Acta Polytechnica Scandinavica, Electrical Engineering Series*, No.80, 1995, pp.1-104
- [V2] Văzdăuțeanu, O. - *Cu privire la compensarea nesimetriei într-un sistem trifazat de tensiuni*; *Buletinul Științific și Tehnic al Universității Tehnice din Timișoara*, tomul 37 (51), fascicola 1-2, ianuarie-decembrie 1992, pag.73-76
- [W1] Waikar, D.L., Elangovan, S., Liew, A.C. - *Further enhancements in the symmetrical components based improved fault impedance estimation method. 1. Mathematical modelling*; *Electric Power Systems Research*, Vol.40, No.3, March 1997, pp.189-194

- [W2] Waikar, D.L., Liew, A.C., Elangovan, S. - *Further enhancements in the symmetrical components based improved fault impedance estimation method. 2. Performance evaluation*; Electric Power Systems Research, Vol.40, No.3, March 1997, pp.195-202
- [W3] Wang, Y.J., Pierrat, L., Feuillet, R. - *An Analytical Method for Predicting Current Harmonics Produced by an AC/DC Converter under Unbalanced Supply Voltage*; ETEP, Vol.2, No.4, July/August 1992, pp.237-244
- [W4] Wang, Y.J., Pierrat, L. - *Probabilistic modelling of current harmonics produced by an AC/DC converter under voltage unbalance*; IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.8, No.4, October 1993, pp.2060-2066
- [W5] White, D.J. - *Epsilon dominance and constraint partitioning in multiple objective problems*, Journal of Global Optimization, Vol.12, no.4, June 1998, pp.435-445
- [W6] Willems, J.L. - *The compensation of non-active currents for three-phase power systems in sinusoidal steady state*; Electrical Machines and Power Systems, Vol.21, No.6, November-December 1993
- [W7] Willems, J.L. - *Mathematical foundations of the instantaneous power concepts: A geometrical approach*; European Transactions on Electrical Power, Vol.6, No.5, September-October 1996, pp.299-304
- [W8] Williams, J.E. - *Operation of 3-Phase Induction Motors on Unbalanced Voltages*; AIEE Transactions Power Applications Systems, Vol.PAS-73, April 1954, pp.125-133
- [W9] Witherspoon, S.A., Choma, J. - *The analysis of balanced, linear differential circuits*; IEEE Transactions on Education, Vol.38, No.1, February 1995, pp.40-51
- [W10] Woll, R.F. - *Effect of Unbalanced Voltage on the Operation of Polyphase Induction Motors*; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-11, No.1, January/February 1975, pp.38-42
- [W11] Wroblewski, Z. - *Digital simulation of reliability of contacts used in AC electromagnetic contactors*, European Transactions on Electric Power, Vol.8, no.3, May-June 1998, pp.201-206
- [X1] Xia, R.W., Chen, S.J. - *A quasi-analytic method for structural optimization*, Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol.14, no.6, June 1998, pp.569-580

- [X2] Xypteras, J., Maras, K., Spyrelis, D. - *Calculation of the temperature distribution in an asynchronous machine*; European Transaction on Electrical Power Engineering, Vol.5, No.3, May-June 1995, pp.181-187
- [Y1] Yacamini, R. - *Power system harmonics. 4. Inter-harmonics*; Power Engineering Journal, Vol.10, No.4, August 1996, pp.185-196
- [Y2] Yu, D.C., Chen, D., Ramasamy, S., Flinn, D.G. - *A Windows based graphical package for symmetrical components analysis*; IEEE Transactions on Power Systems, Vol.10, No.4, November 1995, pp.1742-1749
- [Z1] Zaninelli, D., Zanotti, P. - *Simplified frequency dependent model for induction machines*; Electric Machines and Power Systems, Vol.22, No.6, November-December 1994, pp.727-742
- [Z2] Zuckerberger, A., Alexandrovitz, A. - *Modelling and Simulation of Unsymmetrical Supplied Three-Phase Induction Motor*; ETEP, Vol.6, No.3, May/June 1996, pp.189-194

BIBLIOGRAFIE SUPLIMENTARĂ

- [B14] Boldea, I. – *Transformatoare și mașini electrice*, Editura Politehnica, 2001
- [B15] Buta, A., Milea, L., Pană, A. – *Impedanța armonică a rețelelor electrice*, Editura Tehnică, București, 2000
- [B16] Buta, A., Pană, A., Milea, L. – *Calitatea energiei electrice*, Editura AGIR, București, 2001
- [D14] Delapeta, M., Deaconu S., Iagăr, A. – *Echipamente electrice*, vol. I și vol. II, Centrul de Multiplicare al U.P.T., 2000
- [F7] Felea, I., Coroi, N. – *Fiabilitatea și mentenanța echipamentelor electrice*, Editura Tehnică, București, 2001
- [F8] Felea, I., Dale, E. – *Efecte ale regimului deformant și nesimetric*, Editura Universității din Oradea, 2002
- [F9] Felea, I., Rancov, N., Haș, V. – *Testing procedure in distortional operation condition of asynchronous machine*, Conferința de Inginerie Energetică CIE 2008, Oradea
- [H3] Hortopan, G. – *Aparate electrice de comutație*, Editura Tehnică, București, 1993
- [I4] Iordănescu, I., Golovanov, N., Postolache, P., Toader, C., Porumb, R., Lipan, L., Popescu, S. – *Instalații electrice și elemente de audit electroenergetic*, Editura TIPOGAL 2008

- [M20] Milici, Mariana – Circuite electrice – *Regimuri sinusoidale și particulare de funcționare*, Editura MatrixRom, București, 2005
- [P35] Popa, V.M. – *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, Facultatea de Electrotehnică, Cluj-Napoca, 1999
- [P36] Popa, V.M. - *A Synthesis Regarding the Study of a Real Unbalanced Load*, Sesiunea de Comunicări Științifice cu participare internațională, Hunedoara, 19-20 octombrie 2000; Universitatea „Politehnica” din Timișoara, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicola 2, ISSN 1454-6531, pag.9-12
- [P37] Popa, V.M. - *The Study of the Real Unbalanced Load for Extreme Functioning Situations*, Sesiunea de Comunicări Științifice cu participare internațională, Hunedoara, 19-20 octombrie 2000; Universitatea „Politehnica” din Timișoara, Analele Facultății de Inginerie din Hunedoara, Tomul II, Fascicola 2, ISSN 1454-6531, pag. 13-16
- [P38] Popa, V.M. - *Considerații privind alimentarea receptorilor dezechilibrați*, Sesiunea de comunicări științifice a Universității “Petru Maior”, Târgu Mureș, 27-28 octombrie 2000, Volumul 7, Electroenergetică, ISBN 973-8084-19-9, pag. 191-196
- [P39] Popa, V.M., Popescu, Lizeta - *Măsurători experimentale privind puntea de diode alimentată nesimetric*, A treia Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice și Energetice SIELMEN - 2001, Republica Moldova, Chișinău, 4-6 octombrie 2001, volumul III, ISBN 9975-9638-8-9, pag. 165-166
- [P40] Popa, V.M., Popescu, Lizeta - *Studiul punții de diode alimentată cu sisteme particulare nesimetrice de tensiuni*, A treia Conferință Internațională de Sisteme Electromecanice și Energetice SIELMEN - 2001, Republica Moldova, Chișinău, 4-6 octombrie 2001, volumul III, ISBN 9975-9638-8-9, pag. 173-176
- [P41] Popa, V.M. - *The Complex Analysis of the Real Unbalanced Load*, www.roger-univ.ro, Publicații; Analele Universității Româno-Germane din Sibiu; Secțiunea Tehnică, Sibiu, 2002
- [P42] Popa, V.M. - *Studiul energetic al receptorului dezechilibrat real*, Lucrările celei de A Doua Conferințe Naționale „Profesorul Dorin Pavel-fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 31 mai; 1-2 iunie 2002, Volumul Știință și Inginerie (Vol. I), ISBN 973-8130-82-4; ISBN 973-8130-83-2, pag. 69-74
- [P43] Popa, V.M. - *Analiza cazurilor limită ale receptorului dezechilibrat real*, Sesiunea Jubiliară de Comunicări Științifice cu Participare Internațională prilejuită de împlinirea a 30 de ani de învățământ superior de stat în Arad, Arad, 28-29 noiembrie 2002, Analele Universității „Aurel Vlaicu” din Arad, Volum, Seria Electrică, ISSN 1582-3377, pag. 126-131

- [P44] Popa, V.M. - *Studiul punții de diode alimentată nesimetric*, Lucrările celei de A Treia Conferințe Naționale – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 30-31 mai; 1 iunie 2003, Volumul „Știință și Inginerie” (vol. III), ISBN 973-8130-82-4; ISBN 973-8466-03-2, pag. 105-108
- [P45] Popa, V.M. - *Studiul receptorului trifazat cu coeficienți de dezechilibru reali*, A treia sesiune anuală de comunicări științifice a cadrelor didactice, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 30 aprilie 2004, Volum 2; ISBN 973-7998-11-1, pag. 101-111
- [P46] Popa, V.M. - *Analiza receptorului dezechilibrat real cu coeficienți de dezechilibru reali*, Lucrările celei de A Patra Conferințe Naționale – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 21-23 mai 2004; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. V), ISBN 973-8130-82-4; ISBN 973-8466-67-9, pag. 151-156
- [P47] Popa, V.M. - *Factor global de nesimetrie pentru sisteme trifazate*, Seminarul Științific Național “Electrotehnologii și Mediul ambiant”, Sibiu, 5-6 noiembrie 2004, Revista „Energetica”, nr. 12/2004, ISSN 1453-2360, pag. 544-549
- [P48] Popa, V.M. - *Studiul analitic al punții trifazate de diode alimentate nesimetric*, A VI-a Sesiune de comunicări științifice, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 4 noiembrie 2005, Extras, ISBN 973-7998-23-5, pag. 199-204
- [P49] Popa, V.M. - *Asupra nesimetriei unui sistem trifazat*, Lucrările celei de A V-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 3-4 iunie 2005; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 7), ISBN 973-720-015-2; ISBN 973-8130-84-0, pag. 241-246
- [P50] Popa, V.M. - *The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load*, Conferința Națională cu participare internațională „Electrotehnica aplicată în eco-reconstrucția industrială”, Sibiu, 23-24 septembrie 2005; Volum, ISBN 973-739-138-1, pag. 144-151
- [P51] Popa, V.M. - *Analiza punții de diode alimentată cu sisteme de tensiuni nesimetrice*, Lucrările celei de A VI-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 2-3 iunie 2006; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 9), ISBN 10 973-8130-82-4, pag. 309-314
- [P52] Popa, V.M. - *Aspecte experimentale și sintetice privind puntea trifazată de diode alimentată nesimetric*, A VII-a Sesiune de comunicări științifice, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 19 aprilie 2007, Extras, ISBN 978-973-7998-32-3 și CD al sesiunii, pag. 263-269
- [P53] Popa, V.M. - *Rezultate experimentale și comparative privind puntea de diode în regim de alimentare nesimetric*, Lucrările celei de A VII-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii

- românești”, Sebeș, 1-2 iunie 2007; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 11), ISBN 973-8130-82-4, pag. 191-196
- [P54] Popa, V.M. - *Studiul energetic al receptorului extrem dezechilibrat generalizat*, Lucrările celei de A IX-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 5-6 iunie 2009; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 15), ISBN 973-8130-82-4, pag. 363-368
- [P55] Popa, V.M. – *Aspecte de combinatorică cu aplicații în electrotehnică*, Editura Universității „Lucian Blaga” din Sibiu, Sibiu, 2009
- [P56] Popa, V.M. - *Studiul energetic al receptorului echilibrat real*, Lucrările celei de A X-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 4-5 iunie 2010; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 17), ISSN 2067-7138, pag.357-362
- [P57] Popa, V.M. – *Receptoare generalizate în electrotehnică*, Editura Universității “Lucian Blaga” din Sibiu, Sibiu, 2010
- [P58] Popa, V.M. - *On Generalized Loads in Electrotechnics*, A X-a Sesiune de comunicări științifice cu participare internațională, Universitatea Româno-Germană Sibiu, 19-29 noiembrie 2010, Extras, ISBN 978-973-7998-61-3 și CD al sesiunii, pag. 12-15
- [P59] Popa, V.M. - *Generalized Impedances and Unbalanced Loads*, Acta Universitatis Cibiniensis, Vol.LXI, Technical series, ISSN 1583-7149, pag. 47-50, Sibiu, 2010
- [P60] Popa, V.M. – *Aspecte privind receptoarele generalizate în electrotehnică*, Lucrările celei de A XI-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 3-4 iunie 2011; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 19), ISSN 2067-7138, pag.345-352
- [P61] Popa, V.M. – *Sisteme nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității “Lucian Blaga” din Sibiu, Sibiu, 2011
- [P62] Popa, V.M. – *Metodă analitică pentru studiul punții de diode având o sarcină complexă*, Lucrările celei de A XII-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 1-2 iunie 2012; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 21), ISSN 2067-7138, pag.289-298
- [P63] Popa, V.M. – *Regimuri nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității “Lucian Blaga” din Sibiu, Sibiu, 2012
- [P64] Postolache, P., Toader, C. – *Calitatea și eficiența energiei electrice*, Editura AGIR, București, 2007

- [P65] Popescu, Lizeta – *Echipamente electrice*, Editura Alma Mater, Sibiu, 2008
- [P66] Popa, I., Popa, G. N. – *Dispozitive electronice cu structură cablată și programată de protecție a motoarelor asincrone trifazate de joasă tensiune*, Editura Mirton, Timișoara, 2000
- [R23] Rancov, N. – *Aspects regarding experimental determination of thermal inertia at asynchronous motors operating in harmonics regime*, CIE 2009, Oradea
- [V3] Vasilievici, A. – *Aparate și echipamente electrice*, vol. I, vol. II, Editura MS, Sibiu, 1995, 1996
- [W12] www.moeller.net
- [W13] www.siemens.com
- [W14] www.omron.com
- [W15] www.littelfuse.com
- [W16] www.fairchildsemi.com
- [W17] www.futureelectronics.com
- [W18] www.datasheetcatalog.com
- [W19] www.schneider-electric.ro
- [W20] www.ganzkk.ro

